

# Eurocode 2. Béton armé

## Vérification des états-limites ultimes

par Jean PERCHAT

*Ingénieur des Arts et Manufactures*

*Professeur honoraire à l'École supérieure des travaux publics et au Centre des hautes études de la Construction*

1.	Flexion simple ou composée .....	C 2 331 - 2
2.	Effort tranchant.....	— 3
2.1	Procédure générale de vérification .....	— 3
2.2	Éléments dépourvus d'armatures d'effort tranchant.....	— 4
2.3	Éléments requérant une armature d'effort tranchant .....	— 4
2.3.1	Méthode des bielles d'inclinaison variable .....	— 4
2.4	Couture des plans de jonction table-nervure ou talon-nervure dans une poutre en T .....	— 7
2.5	Cisaillement le long des surfaces de reprise.....	— 9
3.	Torsion .....	— 10
3.1	Généralités .....	— 10
3.2	Procédure du calcul .....	— 10
4.	Poinçonnement.....	— 13
4.1	Généralités .....	— 13
4.2	Section de contrôle de référence .....	— 13
4.3	Résistance au poinçonnement .....	— 14
4.4	Dalles ou semelles sans armatures de poinçonnement.....	— 15
4.5	Dalles ou semelles avec armatures de poinçonnement.....	— 15
5.	Dimensionnement à l'aide de modèles à bielles et tirants .....	— 17
5.1	Généralités .....	— 17
5.2	Bielles .....	— 17
5.3	Tirants.....	— 17
5.4	Nœuds .....	— 17
6.	Ancrages et recouvrements.....	— 20
7.	Pressions localisées .....	— 20
8.	Fatigue .....	— 20
	Références bibliographiques .....	— 20

**L**a partie 1.1 de l'Eurocode 2 EC2 « Règles générales et règles pour les bâtiments » couvre à la fois le béton armé, le béton précontraint, les bétons de granulats légers, le béton non armé ou faiblement armé, les structures préfabriquées. Dans ce qui suit, nous avons dû nous borner à ne présenter que les seules spécifications relatives au **béton armé** (grosso modo, l'équivalent de la **partie A des Règles BAEL**). Nous n'avons pas fait apparaître la distinction établie dans l'EC2 entre « Principes » et « Règles d'application », car elle est de peu d'intérêt pour un projeteur de constructions courantes.

Dans l'EC2, des commentaires imprimés en petits caractères sont présentés comme « notes ». Une « note » précise généralement que les valeurs numériques de certains tableaux ou de certains coefficients littéraux des formules qui la précèdent sont du ressort de l'Annexe Nationale et donne simplement les

valeurs « recommandées ». L'EC2 contient en effet en attente certains paramètres qu'il appartient à chaque État-Membre de fixer pour permettre l'application des règles aux projets de bâtiments et ouvrages de Génie Civil du pays concerné. À la date de la rédaction du présent document, l'Annexe Nationale française, future norme P 18711-2 [9], était toujours sous une forme provisoire..

Le texte ci-après ne reproduit pas toujours à la lettre la rédaction des notes de l'EC2 ; les valeurs numériques recommandées ayant, le plus souvent, été adoptées par l'Annexe Nationale. Les parties encadrées sont des commentaires de l'auteur.

Nous n'avons pas jugé utile de conclure chaque exemple par une comparaison avec ce qu'aurait donné l'application des Règles BAEL. Après 25 ans de discussions, il n'est plus temps de se demander si l'usage de l'EC2 va conduire à des économies ou à des dépenses supplémentaires par rapport aux textes antérieurs. Il faut appliquer le document tel qu'il est et tel qu'il va être enseigné à la génération de projeteurs à venir. Sauf pour ceux qui auraient à vérifier la tenue d'ouvrages construits selon des règles antérieures, ceux-ci ne connaîtront rien d'autre. Pour eux, la comparaison ne serait d'aucun intérêt.

La rédaction des spécifications de l'Eurocode 2 relatives au béton armé fait l'objet de plusieurs dossiers :

- [C 2 330] Dispositions et données générales ;
- [C 2 331] Vérification des états-limites ultimes ;
- [C 2 332] Vérification des états-limites de service ;
- [C 2 333] Dispositions constructives ;
- [Form. C 2 334] Formules et données utiles.

## 1. Flexion simple ou composée

Ce paragraphe, de même que les paragraphes 2, 3 et 4, s'applique aux régions « B » des éléments fléchis (cf. [C 2 330, § 5.6.4]). Pour les régions « D » (cf. [C 2 330, § 5.6.4] et § 5).

Pour le calcul de la résistance ultime d'une section, outre les hypothèses classiques (conservation des sections planes, absence de glissement acier-béton, résistance à la traction du béton négligée), on adopte les hypothèses suivantes :

— le raccourcissement maximal du béton est limité à (cf. [C 2 330, § 3.1.7 et tableau 1]) :

- $\varepsilon_{c2}$  (ou  $\varepsilon_{c3}$ ) dans le cas de sections soumises à une compression axiale,
- $\varepsilon_{cu2}$  (ou  $\varepsilon_{cu3}$ ) dans le cas de sections non entièrement comprimées.

— les déformations relatives limites à l'état-limite ultime sont celles précisées par la figure 1 ;

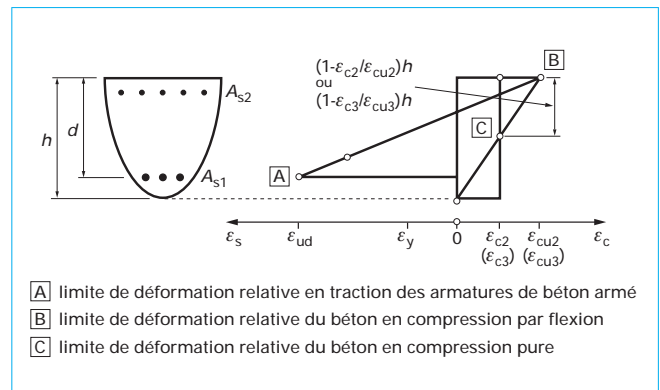
— les diagrammes de calcul sont ceux définis en [C 2 330, § 3.1.7 et § 3.2.7].

Pour les sections à armatures symétriques soumises à la flexion composée avec compression, le moment de calcul à prendre en compte ne peut être inférieur à :

$$M_{Ed} = N_{Ed} e_0$$

avec  $e_0 = \text{Max} [h/30 ; 20 \text{ mm}]$ .

Pour les parties des sections qui sont soumises à un chargement sensiblement centré (cas où  $e/h \leq 0,1$ ), comme c'est le cas pour les membrures comprimées des poutres-caissons, on peut admettre que le raccourcissement maximal du béton est égal à  $\varepsilon_{c2}$  (ou  $\varepsilon_{c3}$ ) sur toute la hauteur de la partie considérée.



Pour une section rectangulaire  $b, d$ , soumise en flexion simple à un moment ultime  $M_{Edu}$ , les formules de calcul sont rappelées en [Form. C 2 334].

**Exemple :** section rectangulaire en flexion simple (figure 2)

Béton C25/30  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ,  $f_{cd} = 16,7 \text{ MPa}$

Acier B500  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = 435 \text{ MPa}$

a)  $M_G = M_Q = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}$

b)  $M_G = M_Q = 154 \text{ kN} \cdot \text{m}$

On suppose que cette section appartient à une poutre calculée par une analyse linéaire où l'on a admis un pourcentage de redistribution de 20 % ( $\delta = 0,80$ ). Les formules utilisées sont données en [Form. C 2 334]. Le tableau 1 de ce formulaire indique que, dans ce cas :  $\mu_{lim} = 0,205$ , avec  $\xi_{lim} = 0,288$ .

**Cas a :** [Form. C 2 334, formules (2) (4) (5) (1) (6) (7)]

$$M_{Ed} = 1,35 \times 80 + 1,5 \times 80 = 228 \text{ kN} \cdot \text{m} = 0,228 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$\rho = \frac{M_{Ed}}{b d^2 f_{cd}} = \frac{0,228}{0,24 \times 0,6^2 \times 16,7} = 0,158 < 0,205$$

$$\xi = \frac{x_u}{d} = 1,20 (1 - \sqrt{1 - 2,06 \times 0,158}) = 0,214$$

$$\epsilon_s = \frac{3,5}{1\,000} \frac{1 - \xi}{\xi} = \frac{12,9}{1\,000}$$

$$\sigma_s = 433 + 0,812 \times 12,9 = 443 \text{ MPa}$$

$$z = d (1 - 0,416 \xi) = 0,6 (1 - 0,416 \times 0,214) = 0,547 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \sigma_s} = \frac{0,228 \cdot 10^4}{0,547 \times 443} = 9,4 \text{ cm}^2 \quad (3 \text{ } \varnothing 20)$$

**Cas b :** [Form. C 2334, formules (2) (10) (8) (1) (9) (1) (11) (12)] :

$$M_{Ed} = 1,35 \times 154 + 1,5 \times 154 = 439 \text{ kN} \cdot \text{m} = 0,439 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$\mu_d = \frac{0,439}{0,24 \times 0,6^2 \times 16,7} = 0,304 > 0,205$$

Il faut des aciers comprimés :

$$M_{lim} = \mu_{lim} b d^2 f_{cd} = 0,205 \times 0,24 \times 0,6^2 \times 16,7 = 0,296 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

Pour  $\mu_d = \mu_{lim}$ ,  $\xi = \xi_{lim} = 0,288$  :

— pour l'acier tendu :

$$\epsilon_s = \frac{3,5}{1\,000} \frac{1 - \xi_{lim}}{\xi_{lim}} = \frac{8,65}{1\,000}$$

$$\sigma_s = 433 + 0,812 \times 8,65 = 440 \text{ MPa} < 470 \text{ MPa}$$

— pour l'acier comprimé :

$$\epsilon_{sc} = \frac{3,5}{1\,000} \frac{\xi_{lim} - (d'/d)}{\xi_{lim}} = \frac{2,49}{1\,000}$$

$$\sigma_{sc} = 433 + 0,812 \times 2,49 = 435 \text{ MPa}$$

d'où la section d'aciers comprimés :

$$A_{sc} = \frac{M_{Ed} - M_{lim}}{\sigma_{sc} (d - d')} = \frac{(0,439 - 0,296) \cdot 10^4}{435 \times 0,55} = 6 \text{ cm}^2 \quad (3 \text{ } \varnothing 16)$$

et la section d'aciers tendus, avec  $z = d (1 - 0,416 \xi_{lim}) = 0,88$   $d \approx 0,53$  m :

$$A_s = \frac{M_{lim}}{z \sigma_s} + A_{sc} \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_s} = \frac{0,296 \cdot 10^4}{0,53 \times 440} + 6 \frac{435}{440} = 18,6 \text{ cm}^2 \quad (6 \text{ } \varnothing 20)$$

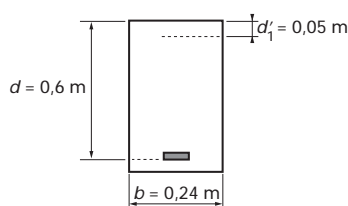


Figure 2 – Section étudiée

## 2. Effort tranchant

Pendant longtemps, la méthode utilisée pour le calcul des armatures d'effort tranchant a été la méthode dite « du treillis de Mörsch » dans laquelle les bielles de béton comprimées sont supposées inclinées à 45°.

Des essais ayant montré que les fissures obliques découpant les « bielles » de béton comprimé pouvaient, au moment de la rupture par effort tranchant, avoir une inclinaison notablement inférieure à 45° (phénomène mis en évidence dès 1957 par René CHAMBAUD), il a été tenu compte de cette dernière constatation dans l'EC2, où la méthode utilisée est dite « d'inclinaison variable des bielles ».

### 2.1 Procédure générale de vérification

**Notations :**

$V_{Ed}$	effort tranchant agissant,
$V_{Rd,c}$	effort tranchant résistant de calcul pour un élément sans armatures d'effort tranchant,
$V_{Rd,s}$	valeur de calcul de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'effort tranchant à l'état-limite ultime,
$V_{Rd,max}$	valeur de calcul de l'effort tranchant maximal que peut supporter un élément, avant l'écrasement des bielles de béton,

et, pour les éléments de hauteur variable (figure 3) :

$V_{ccd}$	valeur de calcul de la composante d'effort tranchant de la force de compression dans la zone comprimée,
$V_{td}$	valeur de calcul de la composante d'effort tranchant de la force de traction dans les armatures tendues.

L'effort tranchant résistant d'un élément muni d'armatures d'effort tranchant est :

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td} \quad (1)$$

(si la hauteur de l'élément est constante,  $V_{ccd} = 0$  et  $V_{td} = 0$ ).

Dans les zones où  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ , seule une armature d'effort tranchant minimale est requise [C 2 332, § 2.2.2]. Cette dernière peut, toutefois, être omise dans les éléments tels que les dalles (pleines, nervurées ou alvéolées), possédant une capacité suffisante de distribution transversale des charges, et dans les éléments de faible importance (linteaux de portée au plus égale à 2 m, par exemple) qui ne contribuent pas de manière significative à la résistance et à la stabilité de l'ouvrage.

La distribution transversale peut être assurée par exemple par les armatures de répartition d'une dalle, ou par entraînement latéral dans le cas de poutrelles parallèles.

Dans les zones où  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ , une armature d'effort tranchant doit être prévue en sorte que l'on ait  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$  selon la relation (1). En aucune zone, on ne doit avoir  $V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td} > V_{Rd,max}$ .

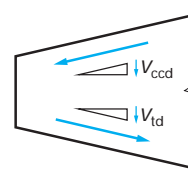
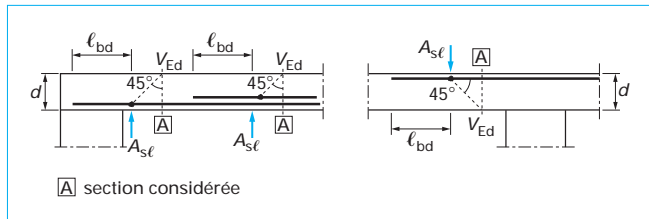


Figure 3 – Composantes d'effort tranchant dans les éléments de hauteur variable (figure 6.2 de l'EC2)

Figure 4 – Définition de  $A_{s\ell}$  dans l'expression (2) (figure 6.3 de l'EC2)

Dans les éléments supportant principalement des charges uniformes, l'espacement initial des armatures d'effort tranchant peut, à titre de simplification, être calculé dans la section située à la distance  $d$  du nu d'appui. Cet espacement est conservé constant jusqu'au droit de l'appui. Sur l'appui lui-même, l'effort tranchant ne doit pas excéder  $V_{Rd,max}$ .

Des armatures de suspension sont à prévoir en plus des armatures d'effort tranchant lorsque des charges sont appliquées en sorte qu'elles mettent en traction l'âme de l'élément.

## 2.2 Éléments dépourvus d'armatures d'effort tranchant

Sous les réserves formulées ci-avant, des armatures d'effort tranchant ne sont pas nécessaires, si  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  avec :

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_{\ell} f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \quad (2)$$

$V_{Rd,c}$  ne peut être pris inférieur à :

$$V_{Rd,cmin} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (3)$$

$$\text{Note : } C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c, v_{min} = 0,035 k^{3/2} / f_{ck}^{1/2} \text{ et } k_1 = 0,15. \quad (4)$$

L'Annexe Nationale remplace  $0,035 k^{3/2}$  par :

- $0,34/\gamma_c$  pour les dalles bénéficiant d'un effet de redistribution transversale ;
- $(0,053/\gamma_c) k^{3/2}$  pour les autres dalles et pour les poutres ;
- $0,35/\gamma_c$  pour les voiles.

Dans les expressions (2), (3) et (4) :

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0 \quad (d \text{ en mm})$$

$$\rho_{\ell} = A_{s\ell} / b_w d \leq 0,02, \quad f_{ck} \text{ en MPa}$$

avec  $A_{s\ell}$  aire de la section de l'armature tendue qui continue sur une distance  $\ell_{bd} + d$  au-delà la section considérée (figure 4),

$b_w$  largeur minimale (en mm) de la section entre l'axe neutre et les armatures tendues.

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c \leq 0,2 f_{cd} \quad (\text{en MPa})$$

avec  $A_c$  aire de la section droite,

$N_{Ed}$  effort normal de calcul agissant dans la section considérée ( $N_{Ed} > 0$  s'il s'agit d'une compression).

Si une charge concentrée agit à une distance  $0,5d \leq a_v \leq 2d$  du nu d'un appui (pour  $a_v$ , voir figure 10), la contribution de cette charge à l'effort tranchant agissant  $V_{Ed}$  peut être multipliée par  $\beta = a_v/2d$ . Cette réduction, qui suppose que les armatures longitudinales sont totalement ancrées au droit de l'appui, peut être appliquée pour la vérification de  $V_{Rd,c}$  dans l'expression (2). Pour  $a_v \leq 0,5d$ , il faut prendre  $a_v = 0,5d$ .

$V_{Ed}$  calculée sans appliquer le coefficient de réduction  $\beta$  doit satisfaire la condition :

$$V_{Ed} \leq 0,5 b_w d v f_{cd} \quad (5)$$

$$\text{Note : } v = 0,6 [1 - (f_{ck}/250)] \quad (f_{ck} \text{ en MPa}) \quad (6)$$

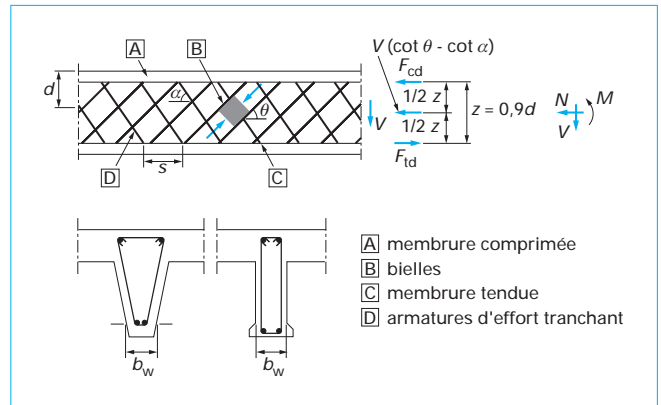


Figure 5 – Modèle de treillis et notations pour les éléments comportant des armatures d'effort tranchant (figure 6.5 de l'EC2)

## 2.3 Éléments requérant une armature d'effort tranchant

La figure 5 précise les notations utilisées.

### 2.3.1 Méthode des bielles d'inclinaison variable

La méthode des bielles d'inclinaison variable tire son origine des constatations théoriques ou expérimentales suivantes :

1 – Les deux faces en regard d'une fissure oblique ne sont pas planes. Les granulats forment de part et d'autre des saillies. Sous l'action d'un effort tangent provoquant un glissement relatif des deux faces l'une sur l'autre, il se produit un phénomène dit « d'engrènement des granulats ».

2 – Contrairement à l'hypothèse de Morsch, le treillis qui se forme dans une poutre sous l'effet de l'effort tranchant n'est pas isostatique, en raison des efforts d'engrènement des granulats le long des fissures obliques, de l'encastrement dans la membrure comprimée des bielles de béton découpées par ces fissures et de « l'effet de goujon » des armatures longitudinales, équivalent à un encastrement des bielles dans la membrure tendue. C'est l'existence de contraintes tangentielles dues à l'engrènement le long des fissures qui fait que la direction principale des contraintes de compression, initialement inclinée à  $45^\circ$  sur la ligne moyenne de la pièce, s'incline davantage et que l'on voit apparaître au cours d'un essai un second réseau de fissures d'inclinaison inférieure à celle des fissures initiales. L'angle d'inclinaison se stabilise lorsque, du fait de la plastification des armatures d'effort tranchant, l'accroissement des ouvertures des fissures obliques réduit les possibilités d'engrènement.

3 – Les moments d'encastrement évoqués ci-avant n'ont aucun effet sur la compression moyenne des bielles, mais ils diminuent leur résistance. Par rapport à la compression simple (hypothèse de Morsch), la réduction de résistance est due à un état de contraintes complexe : compression parallèle aux fissures, traction oblique dans la direction des armatures d'effort tranchant, due à l'adhérence de celles-ci dans la traversée des bielles, et flexion due aux encastrements.

Le treillis à angle d'inclinaison variable tient compte, implicitement, de l'engrènement des granulats. Les effets d'encastrement sont pris en compte par une réduction de la résistance du béton des bielles par rapport à une compression axiale (coefficient  $v$ , relation (5)).

Les formules peuvent être dérivées de la « Règle des coutures », bien connue en France mais dont il n'est fait mention nulle part dans l'EC2. Si l'on considère un élément plan de largeur  $b_w$ , perpendiculaire au plan moyen et parallèle à la ligne moyenne, traversé par des armatures de section  $A_{sw}$ , espacées de  $s$  parallèlement à l'élément plan, celui-ci est soumis (figure 6) :

- à un glissement longitudinal  $g dx = b_w \tau dx$  avec  $\tau = V/b_w z = V/b_w (0,9d)$  ;
- à une force de compression  $dF_c = \sigma_c b_w dx \sin \theta$  (bielle comprimée,  $\sigma_c$  contrainte de compression de la bielle) ;
- à une force de traction  $dF_t = (A_{sw}/s) \sigma_{sw} dx \sin \alpha$  (armatures « de couture »,  $\sigma_{sw}$  contrainte de ces armatures).

En projetant ces forces sur le plan de glissement et sur la normale à ce plan, et en posant  $\rho_w = A_{sw}/(s b_w \sin \alpha)$ , on trouve :

$$\tau = \sigma_c \sin \theta \cos \theta + \rho_w \sigma_{sw} \sin \alpha \cos \alpha \quad (7)$$

$$\sigma_c \sin^2 \theta - \rho_w \sigma_{sw} \sin^2 \alpha = 0 \quad (8)$$

d'où l'on tire aisément les expressions générales, donnant  $\rho_w \sigma_{sw}$  et  $\sigma_c$ , de la « Règle des coutures ».

À l'état-limite ultime, la contrainte des armatures d'effort tranchant ne peut atteindre la résistance de calcul  $f_{ywd} = f_{yw}/\gamma_s$  que si la résistance à la compression des bielles de béton n'est pas dépassée, c'est-à-dire si :

$$\sigma_c \leq \alpha_{cw} v f_{ck} / \gamma_c = \alpha_c v f_{cd}$$

$v$  selon l'expression (6),  $\alpha_{cw}$  coefficient tenant compte de l'état de contrainte de la membrure comprimée. En l'absence d'un effort normal créant une contrainte de compression dans cette membrure,  $\alpha_{cw} = 1$ .

De ces considérations découlent les formules de l'article 6.2.3 de l'EC2 réunies dans le tableau 1.

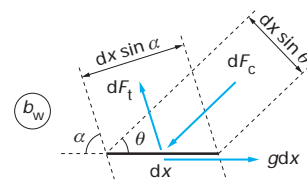


Figure 6 – Forces élémentaires considérées pour établir la « règle des coutures »

Tableau 1 – Formules de l'article 6.2.3 de l'EC2

1. Pour les éléments soumis à la flexion simple, avec des armatures d'âme droites, la résistance à l'effort tranchant est la plus faible de :

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (z = 0,9d) \quad (9)$$

$$V_{Rd,max} = b_w z v f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta) \quad (10)$$

avec

$$\frac{A_{sw,prov} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} v f_{cd} \quad \text{où } v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (11)$$

$$[f_{ck} \text{ en MPa, } 1 \leq \cot \theta \leq 2,5^*] \quad (12)$$

$b_w$ , épaisseur minimale de l'âme, au niveau des aciers tendus

2. Pour les éléments soumis à la flexion simple, avec des armatures d'âme inclinées, la résistance à l'effort tranchant est la plus faible de :

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (13)$$

$$V_{Rd,max} = b_w z v f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta) \quad (14)$$

avec

$$\frac{A_{sw,prov} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} v f_{cd} \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (15)$$

3. Pour les éléments soumis à la flexion composée avec compression  $V_{Rds}$  selon (19) doit être réduit de 20 % et la résistance maximale doit être calculée par :

$$V_{Rdmax,comp} = \alpha_{cw} V_{Rd,max}$$

avec

$$\text{pour } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd} : \alpha_{cw} = 1 + \sigma_{cp}/f_{cd} \quad (16)$$

$$\text{pour } 0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd} : \alpha_{cw} = 1,25 \quad (17)$$

$$\text{pour } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd} : \alpha_{cw} = 2,5 (1 - \sigma_{cp}/f_{cd}) \quad (18)$$

avec  $\sigma_{cp}$  contrainte (positive) du béton due à l'effort normal  $N_{Ed}$ , « moyennée » sur l'ensemble de la section :

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$$

$A_c$  aire brute de la section de béton.

4. Pour les éléments soumis à la flexion composée avec traction, il convient de prendre, selon l'Annexe Nationale :

$$\sqrt{1 + \sigma_{ct}/f_m} \leq \cot \theta \leq 2,5 \sqrt{1 + \sigma_{ct}/f_m}$$

où  $\sigma_{ct} (< 0)$  est la contrainte de traction au centre de gravité et  $\alpha_{cw}$  doit être remplacé par  $\alpha_{cw1} = (1 + \sigma_{ct}/f_{cm})$ .

$A_{sw,prov}$  : section d'armatures d'effort tranchant prévue (provided)

### 2.3.1.1 Formules (tableau 1)

Dans les régions où il n'y a pas de discontinuité de  $V_{Ed}$  (par exemple, pour un chargement uniforme), les armatures d'effort tranchant sur une longueur  $z(\cot \theta + \cot \alpha)$  peuvent être déterminées en utilisant la plus faible valeur de  $V_{Ed}$  sur cette longueur.

#### Origine de la condition (15) (tableau 1) :

En se plaçant dans le cas où  $\sigma_c = v f_{cd}$  et où  $\sigma_{sw} = f_{ywd}$ , et en posant  $\psi = (\rho_w f_{ywd}/v f_{cd}) \sin^2 \alpha$ , les expressions (7) et (8) deviennent respectivement :

$$\tau/v f_{cd} = \sqrt{\psi(1-\psi)} + \psi \cot \alpha \quad (19)$$

$$\sin^2 \theta = \psi \quad (20)$$

La fonction (19) passe par un maximum  $(\tau/v f_{cd})_{max} = (1 + \cos \alpha)/2 \sin \alpha$  pour  $\psi = (1 + \cos \alpha)/2$ . Pour des armatures d'effort tranchant perpendiculaires à la ligne moyenne,  $\alpha = \pi/2$ ,  $\psi = 0,5$  et  $(\tau/v f_{cd})_{max} = 0,5$ . Une augmentation de  $\psi$ , c'est-à-dire du pourcentage d'armatures d'effort tranchant ne permet pas de franchir ce maximum, ce que montrent les résultats des essais (figure 7). La relation (15) exprime donc qu'au-delà d'un certain seuil, augmenter le pourcentage des armatures d'effort tranchant n'a plus aucun effet sur l'effort tranchant résistant.

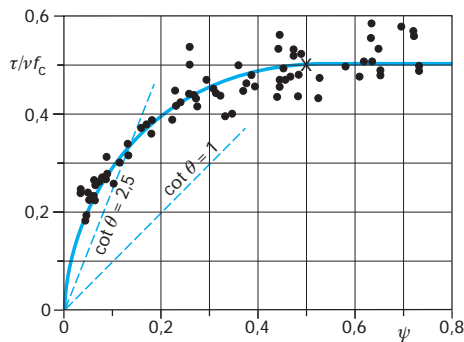


Figure 7 – Résultats expérimentaux justifiant la condition (15) (voir tableau 1)

### 2.3.1.2 Marche à suivre

Le projeteur est, en principe, totalement libre du choix de l'angle  $\theta$ , à condition qu'il s'arrange pour avoir  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ .

La valeur de  $\theta$  doit être choisie pour minimiser la quantité totale d'armatures (longitudinales et d'effort tranchant). Si les barres longitudinales ne sont pas arrêtées, on peut choisir  $\theta$  de manière à vérifier la condition :

$$V_{Ewd} \leq V_{Rd,max}$$

Dans ce dernier cas, on opère comme suit :

1 – Soit  $V_{Ed,red}$  l'effort tranchant réduit selon le paragraphe 2.2 pour tenir compte du phénomène de transmission directe (pour une charge uniformément répartie, il s'agit de l'effort tranchant dans la section à la distance  $d$  du nu d'appui).

Posons  $\tau_{red} = V_{Ed,red} / 0,9 b_w d$  et  $\tau^* = \tau_{red} / \nu f_{cd}$ .

2 – On cherche à réaliser la condition  $V_{Ed,red} \leq V_{Rd,max}$ ,  $V_{Rd,max}$  donné par l'équation (14), ce qui conduit à :

$$\tau^* \leq \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (21)$$

$$\cot \theta \leq \frac{1 + \sqrt{1 - 4(\tau^* - \cot \alpha) \tau^*}}{2\tau^*} \leq 2,5 \quad (22)$$

Si  $\alpha = 90^\circ$ , cette condition devient :

$$\cot \theta \leq \frac{1 + \sqrt{1 - 4\tau^{*2}}}{2\tau^*}$$

La condition  $\cot \theta \leq 2,5$  entraîne  $\tau^* \geq (10 + 4 \cot \alpha) / 29$  soit, pour  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\tau^* \geq 0,3448$ .

3 – Donc, dans le cas des armatures d'âme « droites » (selon la terminologie des Règles BAEL) :

— si  $\tau^* \leq 0,3448$  :  $\cot \theta \geq 2,5$ , on adopte la valeur maximale autorisée, soit  $\cot \theta = 2,5$ , dans les calculs ;

— si  $\tau^* > 0,3448$  :  $\cot \theta = (1 + \sqrt{1 - 4\tau^{*2}}) / 2\tau^*$

4 – Une fois  $\cot \theta$  déterminé, pour tout effort tranchant agissant  $V_{Ewd}$  tel que  $V_{Ewd} \leq V_{Ed,red}$  :

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ewd}}{0,9 d f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha} \quad (23)$$

$$\text{ou si } \alpha = 90^\circ \quad \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ewd}}{0,9 d f_{ywd} \cot \theta} \quad (24)$$

5 – Il faut choisir la section  $A_{sw}$  d'une nappe d'armatures d'effort tranchant, en déduire l'espacement de ces armatures, vérifier que les conditions relatives à l'espacement [C 2 333, formules (15), (16) et (17)] sont bien remplies et que le pourcentage minimal [C 2 333, formule (14)] est bien respecté.

#### Exemple : Effort tranchant

Poutre isostatique à section rectangulaire (figure 8a),  $b_w = 0,25$  m  $h = 0,80$  m  $d = 0,77$  m sur appui ( $4\varnothing 16$ )

Béton : Classe C25/30  $\rightarrow f_{ck} = 25$  MPa. Acier B500 :  $f_{yk} = 500$  MPa

Portée utile [C 2 333, figure 11a] :

$$\ell_{eff} = \ell_n + \frac{1}{2} (t_1 + t_2) = 10 + \frac{1}{2} (0,30 + 0,30) = 10,30 \text{ m}$$

Poids propre :

$$g_0 = 25 \times 0,25 \times 0,80 = 5 \text{ kN/m}$$

Charge ultime :

$$p_u = 1,35 (g_0 + g) + 1,5q = 1,35 \times 10 + 1,5 \times 24 = 49,5 \text{ kN/m}$$

Courbe enveloppe de l'effort tranchant (figure 8b) :

— sur appui :

$$V_{Ed,max} = p_u \frac{\ell_{eff}}{2} = 49,5 \times \frac{10,3}{2} = 254,9 \text{ kN} \\ \approx 0,255 \text{ MN}$$

— à mi-portée :

$$V_{Ed,min} = \frac{1,5q \ell_{eff}}{8} = \frac{1,5 \times 24 \times 10,3}{8} = 46,4 \text{ kN} \\ \approx 0,046 \text{ MN}$$

— à la distance  $d$  du nu d'appui :

$$V_{Ed,red} = V_{Ed,max} - p_u d = 255 - 49,5 \times 0,77 \\ = 216,9 \text{ kN} \approx 0,217 \text{ MN}$$

#### Choix de l'angle d'inclinaison des bielles [formule (6)]

$$\nu = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left( 1 - \frac{25}{250} \right) = 0,54$$

Contrainte maximale de compression des bielles :

$$\nu f_{cd} = 0,54 \times \frac{25}{1,5} = 9 \text{ MPa}$$

Selon la marche à suivre indiquée, on calcule :

$$\tau^* = \frac{1}{\nu f_{cd}} \frac{V_{Ed,red}}{0,9 b_w d} = \frac{1}{9} \times \frac{0,217}{0,9 \times 0,25 \times 0,77} = 0,139 \text{ (sans dimensions)}$$

On a  $\tau^* < 0,3448$  : on prend donc  $\cot \theta = 2,5$  ( $f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{1,5} = 435 \text{ MPa}$ )

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed,red}}{0,9 d f_{ywd} \cot \theta} = \frac{0,217 \times 10^4}{0,9 \times 0,77 \times 435 \times 2,5} = 2,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ou 1 cm<sup>2</sup> tous les 34,7 cm.

On a bien (voir condition (11))

$$\frac{A_{sw}}{s} < \frac{\nu f_{cd}}{2} \frac{b_w}{f_{ywd}} = \frac{9}{2} \times \frac{0,25}{435} \times 10^4 = 25,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$



Pourcentage minimal :

$$\rho_{w,\min} = \left( \frac{A_{sw}}{S b_w} \right)_{\min} = 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = 0,08 \frac{\sqrt{25}}{500} = 0,0008$$

et

$$\left( \frac{A_{sw}}{S} \right)_{\min} = \rho_{w,\min} b_w = 0,0008 \times 0,25 \times 10^4 = 2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

L'effort tranchant correspondant est :

$$V'_{Ed} = \left( \frac{A_{sw}}{S} \right)_{\min} \cdot 0,9 d f_{ywd} \cot \theta$$

$$V'_{Ed} = (2 \cdot 10^{-4}) \times 0,9 \times 0,77 \times 435 \times 2,5 = 0,151 \text{ MN}$$

Cette valeur est atteinte à l'abscisse  $x$  telle que :

$$1,35 g \left( \frac{\ell_{\text{eff}}}{2} - x \right) + 1,5 q \frac{(\ell_{\text{eff}} - x)^2}{2 \ell_{\text{eff}}} = 0,151$$

soit

$$x^2 - 2 \ell_{\text{eff}} x \left( 1 + \frac{1,35 g}{1,5 q} \right) + \frac{2 \ell_{\text{eff}}}{1,5 q} (V_{\text{umax}} - 0,151) = 0$$

$$x^2 - 2 (14,17) x + 59,5 = 0 \text{ soit } x = 2,28 \text{ m}$$

L'espacement maximal des cadres est fixé à

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 0,77 = 0,58 \text{ m} \quad [\text{C 2 333, formule (14)}]$$

Pour la répartition des armatures d'effort tranchant le long de la poutre, on peut utiliser la méthode Caquot.

**Nota :** la notion de bielle d'about n'existe pas dans l'EC2.

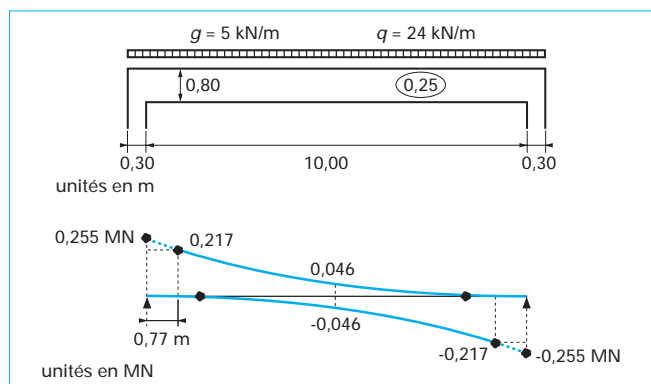


Figure 8 - Effort tranchant

### 2.3.1.3 Force de traction dans l'armature longitudinale (article 6.2.3 (7) de l'EC2)

Cette force est égale à (figure 9) :

$$F_{td} = (M_{Ed} / 0,9 d) + \Delta F_{td} \leq M_{Ed,\max} / 0,9 d$$

avec  $M_{Ed}$  moment de flexion ultime dans la section où agit  $V_{Ed}$ ,

$M_{Ed,\max}$  moment de flexion ultime dans la section de moment maximal,

$\Delta F_{td}$  force additionnelle dans l'armature longitudinale due à la fissuration oblique :

$$\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (25)$$

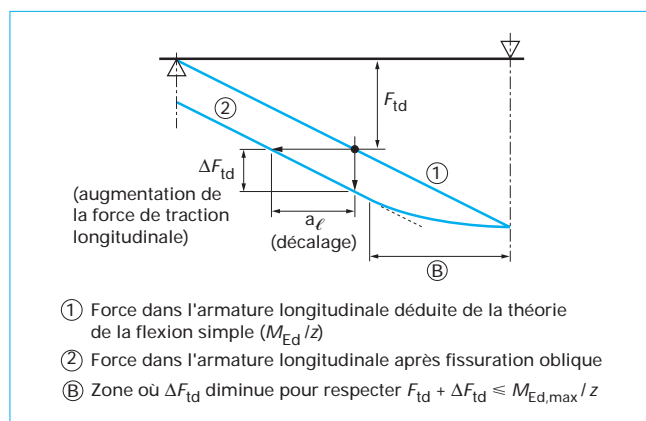


Figure 9 - Règle du « décalage »

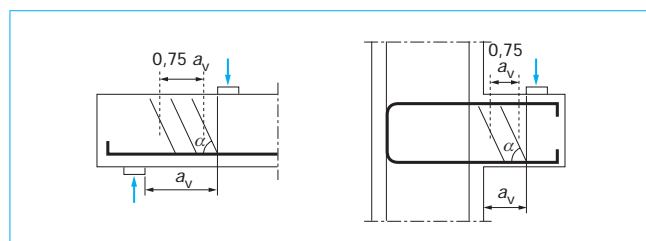


Figure 10 - Bielles de transmission directe dans les travées courtes (figure 6.6 de l'EC2)

Le décalage à prendre en compte dans le sens le plus défavorable pour déterminer les arrêts des barres longitudinales est alors (voir article 9.2 (5) de l'EC2) :

$$a_\ell = z (\cot \theta - \cot \alpha) / 2 = 0,9 d (\cot \theta - \cot \alpha) / 2 \geq 0$$

#### 2.3.1.4 Charge appliquée au voisinage d'un appui

Si une charge est appliquée à la face supérieure d'un élément, à une distance  $a_v$  du nu d'un appui telle que  $0,5d \leq a_v \leq 2d$ , comme cela est le cas pour une poutre de faible portée ou une console courte (figure 10), la contribution de cette charge à l'effort tranchant agissant  $V_{Ed}$  peut être minorée par  $\beta = a_v / 2d$ . Pour l'effort tranchant  $V_{Ed}$  ainsi calculé, il faut avoir :

$$V_{Ed} \leq A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \quad (26)$$

avec  $A_{sw} f_{ywd}$  résistance de l'armature d'effort tranchant traversant la fissure oblique dans la partie centrale d'une zone de longueur  $0,75 a_v$ .

La réduction par  $\beta$  ne joue que pour le seul calcul des armatures d'effort tranchant. Elle n'est valable que si les armatures longitudinales sont totalement ancrées au droit de l'appui. Pour  $a_v < 0,5d$ , il convient d'adopter  $a_v = 0,5d$ . La valeur de  $V_{Ed}$  calculée sans le facteur de réduction  $\beta$  doit satisfaire la condition (5).

## 2.4 Couture des plans de jonction table-nervure ou talon-nervure dans une poutre en T

La figure 11 précise les notations utilisées.

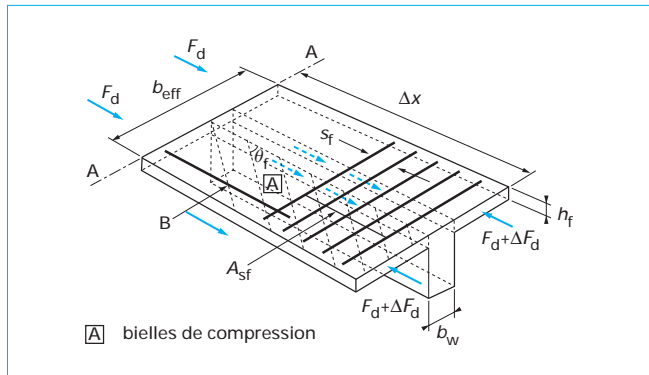


Figure 11 - Jonction table-nervure (figure 6.7 de l'EC2)

Entre deux sections d'abscisses respectives  $x$  et  $x + \Delta x$ , le moment de flexion varie de  $\Delta M$  et, pour une table comprimée, la force normale dans chaque débord de la table varie de  $\Delta F_d$ . Il en résulte un glissement longitudinal par unité de longueur dans chaque plan de jonction égal à  $\Delta F_d / \Delta x$  et une contrainte tangente longitudinale qui vaut :

$$v_{Ed} = \Delta F_d / (h_f \Delta x) \quad (27)$$

avec  $h_f$ , épaisseur de la table. La distance  $\Delta x$  considérée ne peut être prise supérieure à la moitié de la distance entre la section de moment nul et celle de moment maximal.

Les conditions à satisfaire résultent de la « Règle des coutures » (même si l'EC2 n'utilise pas cette terminologie) :

$$A_{sf} f_{yd} / s_f \geq v_{Ed} h_f / \cot \theta_f \quad (28)$$

$$v_{Ed} \leq v f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f = v f_{cd} \cot \theta_f / (1 + \cot^2 \theta_f) \quad (29)$$

**Note :** pour une table comprimée :  $1 \leq \cot \theta_f \leq 2$  soit  $26^\circ 5' \leq \theta_f \leq 45^\circ$   
pour un talon tendu :  $1 \leq \cot \theta_f \leq 1,25$  soit  $38^\circ 6' \leq \theta_f \leq 45^\circ$

Dans le cas où une flexion transversale vient se combiner avec le cisaillement entre la table et l'âme, il faut prévoir la plus grande de deux sections d'armatures : celle qui satisfait la condition (28) et la moitié de celle-ci plus celle requise pour la flexion transversale. Si  $v_{Ed} \leq 0,5 f_{ctd}$  en cas de surface de reprise de bétonnage rugueuse ou  $v_{Ed} \leq f_{ctd}$  lorsqu'il n'y a pas de surface verticale de reprise, seule est requise à la jonction l'armature nécessaire pour assurer la résistance à la flexion transversale.

Les armatures longitudinales de la membrure doivent être ancrées au-delà de la première bielle d'inclinaison  $\theta_f$  (figure 11, point B).

#### Exemple : Couture des plans de jonction table-nervure (figure 12)

Béton : classe C25/30  $\rightarrow f_{ck} = 25$  MPa. Acier B500  $f_{yk} = 500$  MPa

Portée utile [C 2 330, figure 11b] :  $\ell_{eff} = \ell = 10,00$  m

Sollicitations :

— poids propre de la poutre :

$$g_0 = 25 [1,7 \times 0,1 + 0,7 \times 0,5] = 13 \text{ kN/m}$$

— charge uniforme ultime :

$$p_u = 1,35 (g_0 + g) + 1,5 q = 117 \text{ kN/m}$$

— sur appui, en A :

$$V_{Ed,A} = 1,35 G + p_u \frac{\ell_{eff}}{2}$$

soit

$$V_{Ed,A} = 1,35 \times 160 + 117 \times 5 = 801 \text{ kN}$$

— effort tranchant réduit :

$$V_{Ed,red} = V_{Ed,A} - p_u d = 801 - 117 \times 0,75 = 713 \text{ kN}$$

— au milieu de la portée :

$$V_{Ed,C} = 1,5 q \frac{\ell_{eff}}{8} = 112,5 \text{ kN}$$

En B, l'effort tranchant dû aux charges d'exploitation est égal à ( $a_v = 2,00$  m, valeur inférieure à la moitié de la distance entre la section de moment nul et celle de moment maximal, soit 2,5 m) :

$$\frac{1,5 q (\ell_{eff} - a_v)^2}{2 \ell_{eff}} = 288 \text{ kN}$$

et celui dû aux charges permanentes :

$$1,35 G + 1,35 (g_0 + g) \left( \frac{\ell_{eff}}{2} - a_v \right) = 216 + 81 = 297 \text{ kN}$$

d'où :

— à gauche de B :

$$V_{Ed,Bw} = 297 + 288 = 585 \text{ kN}$$

— à droite de B :

$$V_{Ed,Be} = V_{Ed,Bw} - 1,35 G = 585 - 216 = 369 \text{ kN}$$

On en déduit la demi-courbe enveloppe des efforts tranchants (figure 12c) :

Comme l'effort tranchant est en majeure partie dû à des charges concentrées, on évalue le glissement moyen entre l'appui et la première charge concentrée.

Au droit de celle-ci, le moment de flexion vaut, avec  $a_v = 2,00$  m :

$$M_{Ed,u} = V_{Ed,max} a_v - p_u \frac{a_v^2}{2} = 2 \times 0,801 - 0,117 \times \frac{4}{2} \approx 1,37 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

Le moment que peut équilibrer la table seule (supposée uniformément comprimée sur toute son épaisseur à la contrainte  $f_{cd}$  est :

$$M_f = f_{cd} b_f h_f \left( d - \frac{h_f}{2} \right) = 16,7 \times 1,70 \times 0,10 (0,75 - 0,05) = 1,99 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

on a :  $M_{Ed,u} < M_f$  ; la table n'est pas entièrement comprimée.

Le calcul en flexion avec le diagramme rectangulaire simplifié donne :

— hauteur relative de l'axe neutre :  $\frac{x}{d} = 0,112$  d'où :

$$x = 0,112 \times 0,75 = 0,084 \text{ m}$$

— bras de levier :

$$z = d - 0,4x = 0,716 \text{ m}$$

Le glissement moyen (équation (27)) vaut :

$$\frac{\Delta F_d}{\Delta x} = \frac{1}{a_v} \left[ \frac{M_{Ed,u}}{z} \frac{b_1}{b_f} - 0 \right] = \frac{1}{2} \frac{1,37}{0,716} \frac{0,6}{1,7} = 0,338 \text{ MN/m}$$

D'où :  $v_{Ed} = \frac{0,338}{0,10} = 3,38 \text{ MPa}$  à comparer à :

$$v f_{cd} \frac{\cot \theta_f}{1 + \cot^2 \theta_f}$$

avec selon la formule (6)

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left( 1 - \frac{25}{250} \right) = 0,54$$



$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$\cot \theta_f = 2$$

soit (expression (29)) :

$$v f_{cd} \frac{\cot \theta_f}{1 + \cot^2 \theta_f} = 0,54 \times 16,7 \times \frac{2}{1 + 4} = 3,61 \text{ MPa}$$

On a bien :  $3,38 < 3,61 \text{ MPa}$ .

#### Armatures de couture de la jonction

La section d'armatures de couture à prévoir sur les deux premiers mètres de poutre est (formule (28)) :

$$\frac{A_{sf}}{s_f} = \frac{V_{Ed} h_f}{f_{yd} \cdot \cot \theta_f} = \frac{3,38 \times 0,10}{435 \times 2} \cdot 10^4 = 3,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

soit 1Ø10 tous les 20 cm (5Ø10 p.m).

#### Armatures d'effort tranchant

Le calcul effectué comme pour l'exemple précédent, mène à :  $\tau_{red} = 2,11 \text{ MPa}$ ,  $\tau^* = 0,233 < 0,3448$  d'où  $\cot \theta = 2,5$  et

$$\frac{A_{sw}}{s} = 9,7 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

## 2.5 Cisaillement le long des surfaces de reprise

La valeur de calcul  $v_{Edi}$  de la contrainte de cisaillement à l'interface entre des bétons coulés à des dates différentes est donnée par :

$$v_{Edi} = \beta V_{Ed} / (z b_i) \quad (30)$$

avec  $\beta$  rapport de l'effort normal longitudinal dans le béton de reprise à l'effort longitudinal total dans la zone comprimée ou dans la zone tendue, calculé, à chaque fois, pour la section considérée,

$V_{Ed}$  effort tranchant transversal,

$z$  bras de levier des forces internes de la section composite,

$b_i$  largeur de l'interface (figure 13).

Outre le respect des exigences ((28) à (30)), il faut avoir :

$$v_{Edi} \leq v_{Rdi} \quad (31)$$

sachant que :

$$v_{Rdi} = c f_{ctd} + \mu \sigma_n + \rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5 v f_{cd} \quad (32)$$

avec  $c$  et  $\mu$  coefficients qui dépendent de la rugosité de l'interface,

$f_{ctd}$  selon [C 2 330, équation (16)],

$\sigma_n$  contrainte engendrée par la force normale externe minimale à l'interface susceptible d'agir en même temps que l'effort de cisaillement ( $\sigma_n > 0$  en compression, avec  $\sigma_n \leq 0,6 f_{cd}$ ). Lorsque  $\sigma_n$  est une contrainte de traction ( $< 0$ ), il faut prendre  $c f_{ctd} = 0$ ,

$\rho = A_s / A_i$   $A_s$  aire de la section des armatures traversant l'interface (celles d'effort tranchant éventuelles comprises) totalement ancrées de part et d'autre de celle-ci ;  $A_i$ , aire du joint,

$\alpha$  angle d'inclinaison des armatures de couture sur l'interface :  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ,

$v$  selon la formule (6).

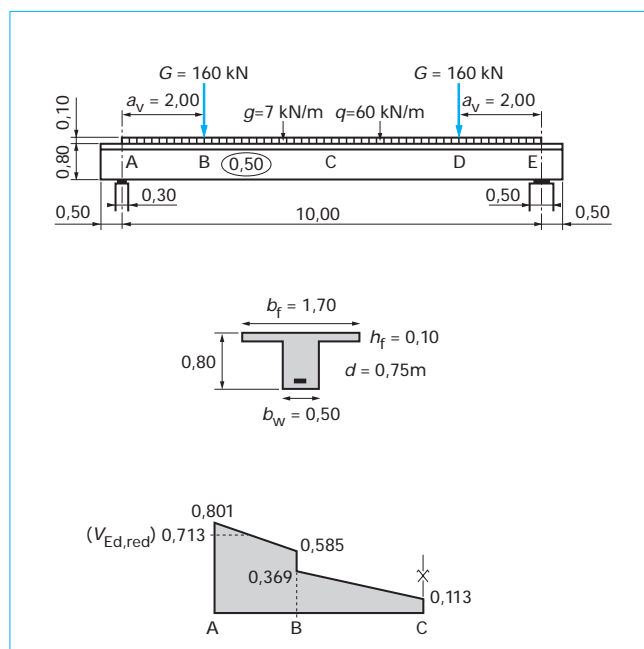


Figure 12 – Couture des plans de jonction table-nervure (unités en m, kN et MN)

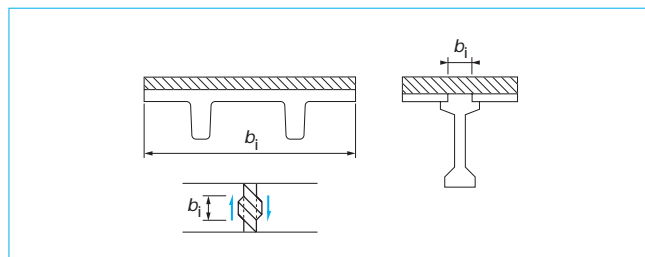


Figure 13 – Surfaces de reprise (figure 6.8 de l'EC2)

À titre d'exemple,  $c$  et  $\mu$  prennent les valeurs suivantes :

	$c$	$\mu$
— surface rugueuse (aspérités d'au moins 3 mm de hauteur, espacées d'environ 40 mm, obtenues par striation, lavage, ou toute autre méthode).....	0,45	0,7
— surface avec indentations (clés).....	0,50	0,9

Les armatures de couture peuvent être réparties par zones de pas constant (figure 14). Lorsque ces armatures sont constituées par des poutrelles en treillis, la contribution de l'acier à  $v_{Rdi}$  peut être prise égale à la résultante des efforts dans chaque diagonale, sous réserve que  $45^\circ \leq \alpha \leq 135^\circ$ .

La méthode de vérification ci-avant s'applique aux joints coulés en place entre éléments de dalles ou de voiles. Si le joint peut être fissuré de manière significative, il convient de prendre :  $c = 0$  pour les joints rugueux, et  $c = 0,5$  pour les joints avec indentations.

Sous charges de fatigue ou charges dynamiques,  $c = 0$ .

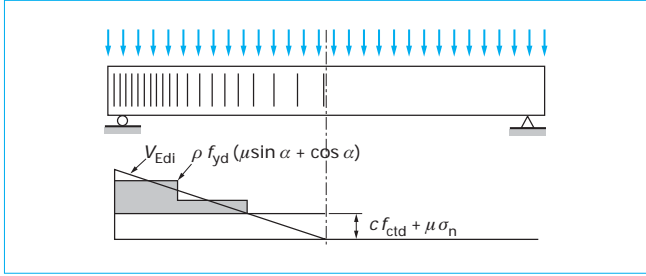


Figure 14 – Répartition des armatures de couture d'un joint de reprise (figure 6.10 de l'EC2)

### 3. Torsion

#### 3.1 Généralités

Lorsque les couples de torsion ne sont pas nécessaires pour assurer l'équilibre, ils peuvent être négligés dans les calculs d'état-limite ultime. L'EC2 ne s'occupe donc que de la torsion d'équilibre. Quelques indications sont données pour la torsion gauche, mais les développements concernent plus particulièrement la **torsion circulaire**.

#### 3.2 Procédure du calcul

Les essais montrent que les poutres à section pleine se comportent comme des poutres tubulaires ; autrement dit, la zone centrale de la section n'apporte aucune contribution à la résistance. Sur la base des résultats de ces essais, l'EC2 admet de remplacer la section pleine par une section creuse équivalente.

Si  $A$  désigne l'aire totale de la section droite délimitée par le périmètre extérieur (en ne tenant donc aucun compte des vides intérieurs) et  $u$  la longueur de ce périmètre, on pose :

$$t_{ef,i} = A/u \geq \text{Max} (\text{épaisseur réelle des parois} ; 2c_1)$$

avec  $c_1$  distance entre le parement extérieur et l'axe des armatures longitudinales.

L'aire totale interne au contour (feuillet moyen) tracé à mi-épaisseur des parois fictives, en ne tenant aucun compte des vides intérieurs, est désignée par  $A_k$ , et son périmètre par  $u_k$  (figure 15).

Pour un couple de torsion agissant de calcul  $T_{Ed}$  et une paroi  $i$ , le flux de la contrainte tangente de torsion (équivalent à un glissement longitudinal) vaut :

$$\tau_{t,i} t_{ef,i} = T_{Ed} / 2A_k \quad (33)$$

L'effort tranchant dans la paroi  $i$  considérée vaut donc :

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i \quad (34)$$

avec  $z_i$  hauteur de la paroi  $i$ , définie comme la distance entre les droites d'intersection de son plan moyen avec les plans moyens des parois adjacentes.

Dans le cas général où la torsion s'accompagne d'une flexion, les armatures d'âme sont à calculer, avec la même inclinaison  $\theta$  des bielles, en superposant les effets de la torsion à ceux de la flexion.

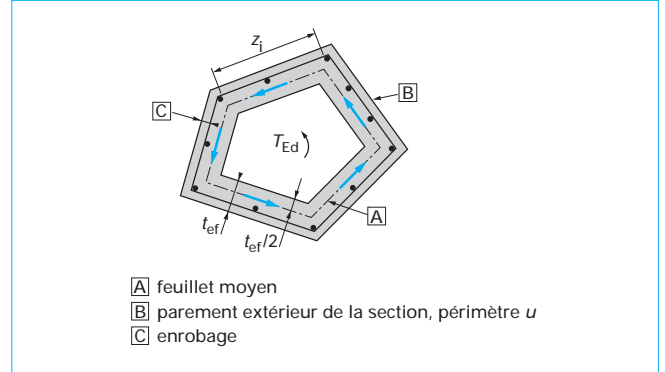


Figure 15 – Section soumise à la torsion – Symboles et définitions (figure 6.11 de l'EC2)

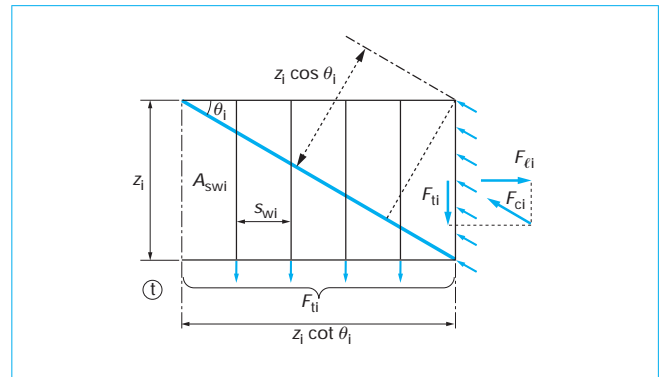


Figure 16 – Forces agissant sur une paroi d'une section creuse soumise à la torsion – Notations

L'aire de la section des armatures transversales de torsion est donnée par :

$$A_{sw} f_{yd} / s = T_{Ed} / 2 A_k \cot \theta$$

La section d'armatures longitudinales nécessaires pour équilibrer la torsion seule est donnée par :

$$\sum (A_{s\ell} f_{yd} / u_k) = T_{Ed} \cot \theta / 2 A_k \quad (35)$$

Ces deux relations sont tirées de la « Règle des coutures ».

Cette relation s'obtient en écrivant l'équilibre des forces dans une paroi  $i$  (figure 16). La résultante  $F_{ci}$  des forces de compression dans les bielles obliques est équilibrée par une force tangentielle  $F_{ti}$  dans le plan de la section droite telle que  $F_{ti} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i = F_{ci} \sin \theta_i$  et par une force normale  $F_{\ell i}$  dans les armatures longitudinales  $A_{s\ell i}$  contenues dans cette paroi telle que  $F_{\ell i} = A_{s\ell i} f_{yd} = F_{ci} \cos \theta = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i \cot \theta_i$ . En faisant la somme de toutes les forces longitudinales dans toutes les parois, en tenant compte de la relation (33) et de ce que  $\sum z_i = u_k$ , en supprimant en outre l'indice  $i$  pour simplifier ( $\sum A_{s\ell i} = \sum A_{s\ell}$ , aire totale de la section des armatures longitudinales nécessaires pour résister à la torsion), on obtient la relation (35).

Dans la zone tendue par la flexion, les armatures longitudinales de torsion sont ajoutées aux armatures longitudinales de flexion. Dans la zone comprimée par la flexion, si la force de traction due à la torsion est inférieure à la résultante des contraintes de compression du béton, une armature longitudinale de torsion n'est pas nécessaire.

Les armatures longitudinales de torsion doivent normalement être distribuées sur la longueur  $z_1$ , mais pour de petites sections, elles peuvent être concentrées aux extrémités des côtés.

### Torsion et effort tranchant combinés

Pour les sections pleines, il faut vérifier :

$$T_{Ed}/T_{Rd,max} + V_{Ed}/V_{Rd,max} \leq 1 \quad (36)$$

avec  $T_{Ed}$  moment de torsion agissant de calcul,  
 $V_{Ed}$  effort tranchant agissant de calcul,  
 $V_{Rd,max}$  selon la formule (10) du tableau 1.

$$T_{Rd,max} = 2v\alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef}/(\cot \theta + \tan \theta) \quad (37)$$

avec  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5^*$

$v$  selon (6) et  $\alpha_{cw}$  selon (16), (17) et (18) (tableau 1).

Pour une section pleine quasi rectangulaire, seul un pourcentage minimal d'armatures transversales est requis si :

$$(T_{Ed}/T_{Rd,c}) + (V_{Ed}/V_{Rd,c}) \leq 1 \quad (38)$$

avec  $T_{Rd,c}$  moment de fissuration par torsion :  
 $T_{Rd,c} = 2 A_k t_{ef,i} f_{ctd}$ ,  
 $V_{Rd,c}$  selon (2) et (3).

On peut calculer séparément les cadres nécessaires pour assurer la résistance à l'effort tranchant et ceux nécessaires pour assurer la résistance à la torsion, en adoptant à chaque fois le même angle  $\theta$  pour l'inclinaison des bielles de béton, puis ajouter les deux sections par unité de longueur.

Pour les dispositions constructives, se reporter en [C 2 333, § 2.2.3].

**Exemple :** Torsion – Poutre palière d'un escalier préfabriqué

La volée d'escalier est représentée sur la figure 17a.

Sa largeur est de 1,25 m.

- Charge variable : 2,5 kN/m<sup>2</sup>
- Béton : C25/30
- Acier B 500
- Classe structure : S4
- Classe d'exposition : XC1
- Tolérance admise :  $\Delta c_{dev} = 5$  mm

Les données sont telles que l'enrobage nominal (cf. [C 2 330, formule (28)] est de :

$$c_{nom} = c_{min,dur} + \Delta c_{dev} = 15 + 5 = 20 \text{ mm}$$

Par mètre de longueur en projection horizontale, on a :

— poids propre de la volée :

$$g_0 = 7,48 \text{ kN/m}$$

— charge variable :

$$q = 2,5 \times 1,25 = 3,125 \text{ kN/m}$$

— charge ultime :

$$p_u = 1,35 \times 7,48 + 1,5 \times 3,125 = 14,79 \text{ kN/m}$$

Par mètre de longueur en projection horizontale, on a :  
 — réaction d'appui :

$$V_{Ed1} = \frac{p_u \ell}{2} = 14,79 \times \frac{1,89}{2} = 14,0 \text{ kN}$$

Avec  $h = 0,12$  m, en supposant que les armatures de flexion auront un diamètre au plus égal à 10 mm :

$$d = h - c_{nom} - \frac{\varnothing}{2} = 120 - 20 - 5 = 95 \text{ mm} = 0,095 \text{ m}$$

D'où (cf. [Form. C 2 334, formules (2), (4), (5), (1), (6) et (7)] :

$$\mu_d = \frac{M_{Ed,1}}{b d^2 f_{cd}} = \frac{0,0066}{1,25 \times 0,095^2 \times 16,7} = 0,035$$

$$\xi = 0,044$$

$$\epsilon_s = \frac{76}{1\,000} > \epsilon_{ud} = \frac{45}{1\,000}$$

$$\text{donc } \sigma_s = 1,08 \times \frac{500}{1,5} = 470 \text{ MPa}$$

$$z = d(1 - 0,416 \xi) = 0,093 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed1}}{z \sigma_s} = \frac{6,6 \times 10^{-3}}{0,093 \times 470} \times 10^4 = 1,52 \text{ cm}^2$$

(en utilisant le diagramme rectangulaire, on aurait trouvé  $z = d(1 - 0,6 \mu_d) = 0,093$  m

$$A_s = \frac{M_{Ed1}}{z f_{yd}} = \frac{6,6 \times 10^{-3}}{0,093 \times 435} = 1,63 \text{ cm}^2$$

**Section minimale** [C 2 333, formule (10)]

$$A_{smin} = \text{Max} \left[ 0,26 \times \frac{2,6}{500} \times 1,25 \times 0,095 \times 10^4 ; 0,0013 \times 1,25 \times 0,095 \times 10^4 \right] \\ = \text{Max} [1,6 ; 1,54] = 1,6 \text{ cm}^2$$

On retient donc  $A_s = 1,6 \text{ cm}^2$ . Ramenée à 1 m de largeur, la section nécessaire est de  $\frac{1,6}{1,25} = 1,28 \text{ cm}^2$ . Elle peut être largement réalisée avec un treillis soudé ADETS ST 20 ( $\varnothing 6$  ; 1,88 cm<sup>2</sup>/m).

Pour la poutre palière, on se fixe *a priori* et de façon tout à fait arbitraire  $b = h = 0,21$  m, ce qui correspond à un poids propre :

$$g_0 = 25 (0,21 \times 0,21 + 0,10 \times 0,10) = 1,353 \text{ kN/m}$$

À l'état-limite ultime, cette poutre supporte :

— son poids propre majoré :  $1,35 \times 1,353 = 1,83 \text{ kN/m}$  ;

— la réaction d'appui des volées préfabriquées soit, par mètre :

$$\frac{V_{Ed1}}{1,25} = \frac{14,0}{1,25} = 11,2 \text{ kN/m}$$

— un couple de torsion uniformément réparti, dû à l'excentrement de  $V_{Ed1}$  (figure 17b) :

$$m_t = 11,2 \times 0,16 = 1,79 \text{ kNm/m}$$

On suppose que cette poutre est sur appuis libres vis-à-vis des charges verticales et encastrée à la torsion à ses deux extrémités (le couple de torsion varie linéairement, comme l'effort tranchant dans une poutre qui supporterait une charge uniforme d'intensité  $m_t$ ).

On a donc, pour une portée  $\ell = 2 \times 1,25 = 2,50$  m :

— à mi-portée :

$$M_{Ed} = \frac{p_u \ell^2}{8} = \frac{1,35 g_0 + V_{Ed1}/1,25}{8} \ell^2$$

$$= \frac{13,0 \times 2,50^2}{8} = 10,16 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

— sur appuis :

$$V_{Ed} = \frac{p_u \ell}{2} = \frac{13,0 \times 2,50}{2} = 16,24 \text{ kN} = 0,01625 \text{ MN}$$

$$T_{Ed} = \frac{m_t \ell}{2} = \frac{1,79 \times 2,50}{2} = 2,24 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

#### ■ Ferrailage de flexion :

$h = 0,21 \text{ m}$  et, en supposant *a priori*  $\varnothing \leq 20 \text{ mm}$ , on a [Form. C 2 334, formules (1) à (7)] :

$$d = h - c_{\text{nom}} - \frac{\varnothing}{2} = 210 - 20 - 10 = 180 \text{ mm} = 0,18 \text{ m}$$

$$\mu_d = \frac{10,16 \times 10^{-3}}{0,21 \times 0,18^2 \times 16,7} = 0,0894, \alpha = 0,080, \varepsilon_s = 40,2 \times 10^{-3},$$

$$\sigma_s = 466 \text{ MPa}, z = 0,174 \text{ m et } A_s = 1,25 \text{ cm}^2 \text{ (minimum : } 0,73 \text{ cm}^2 \text{ [C 2 333, formule (10)]).}$$

On ne peut encore conclure quant au choix du nombre et du diamètre des barres car il faut ajouter à la section précédente celle des armatures longitudinales de torsion. Supposons qu'on ait besoin de  $2 \text{ cm}^2$ . On aura :

$$A_{s, \text{prov}} = 2 \text{ cm}^2 \text{ et } \rho_\ell = \frac{A_{s, \text{prov}}}{bd} = \frac{2}{21 \times 18} = 0,00529 < 0,02$$

#### ■ Ferrailage d'effort tranchant

Coefficient  $k$  (§ 2.2) :

$$1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{180}} = 2,05 > 2$$

d'où  $k = 2$

$$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{1,5} \times 2(100 \times 0,00529 \times 25)^{1/3} \times 0,21 \times 0,18 = 0,0215 \text{ MN}$$

[formule (2)]

$$v_{\min} = 0,035 \times 2^{3/2} \times 25^{1/2} = 0,495 \text{ MPa [formule (4)]}$$

$$V_{Rd,cmin} = v_{\min} b_w d = 0,495 \times 0,21 \times 0,18 = 0,0187 \text{ MN} < V_{Rd,c}$$

On a  $V_{Ed} = 0,01625 \text{ MN} < V_{Rd,c}$ . Une armature d'effort tranchant n'est théoriquement pas nécessaire, mais il faut respecter la condition de pourcentage minimal [C 2 333, formule (14)] :

$$\rho_{w, \min} = 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = 0,08 \frac{5}{500} = 0,08 \times 10^{-2}$$

Il est facile de voir, d'après la relation (9) que la condition de pourcentage minimal va de pair avec un angle d'inclinaison  $\theta$  des bielles de béton tel que :

$$\cot \theta \approx \frac{16}{\sqrt{f_{ck}}} \frac{V_{Ed}}{bd}$$

soit, dans le cas présent :

$$\cot \theta = \frac{16}{5} \frac{0,01625}{0,21 \times 0,18} = 1,37 \quad (\theta = 36^\circ)$$

valeur que nous adoptons par la suite.

La section par unité de longueur des armatures d'effort tranchant vaut ainsi :

$$\left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_{\min} = (0,08 \times 10^{-2}) b_w (m^2)$$

$$= 0,08 \times 10^{-2} \times 0,21 \times 10^4 = 1,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

#### ■ Ferrailage de torsion

Épaisseur fictive des parois (§ 3.2) :

$$t_{ef,i} = t = \frac{A}{u} = \frac{bh}{2(b+h)} = \frac{0,21 \times 0,21}{2 \times 0,42} = 0,053 \text{ m}$$

Il faut  $t \geq 2c_1 = 2(h-d) = 2(0,21 - 0,18) = 0,06 \text{ m}$ .

On retient donc  $t = 0,06 \text{ m}$  d'où  $A_k = (0,21 - 0,06)(0,21 - 0,06) = 0,0225 \text{ m}^2$  et  $tA_k = 0,06 \times 0,0225 = 0,00135 \text{ m}^3$ .

On a ensuite :

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left( 1 - \frac{1}{10} \right) = 0,54 \text{ [formule (6)]}$$

En sollicitation combinée, deux conditions doivent être vérifiées. Il faut calculer les expressions suivantes :

1. relation (10) :

$$V_{Rd, \max} = b_w (0,9 d) v f_{cd} \frac{1}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$= 0,21 \times 0,9 \times 0,18 \times 0,54 \times 16,7 \times \frac{1}{2,1}$$

$$= 0,146 \text{ MN}.$$

$1/(\cot \theta + \tan \theta)$  est équivalent à  $\sin \theta \cos \theta$ .

2. relation (37) :

$$T_{Rd, \max} = 2 v \alpha f_{cd} (t A_k) \frac{1}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$= 2 \times 0,54 \times 16,7 \times 0,00135 \times \frac{1}{2,1}$$

$$= 0,0116 \text{ MN} \cdot \text{m}.$$

$$T_{Rd,c} = 2(A_k t) f_{ctd} = 2(0,00135) \frac{2,6}{1,5} = 0,00468 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$V_{Rd,c} = 0,0215 \text{ MN calculé ci-avant.}$$

Pour savoir si l'on peut se passer d'armatures de torsion, deux conditions doivent être satisfaites :

1. relation (36) :

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd, \max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd, \max}} \leq 1$$

$$\frac{0,00224}{0,0116} + \frac{0,01625}{0,146} = 0,304 < 1 \quad \text{condition vérifiée}$$

2. relation (38) :

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1$$

$$\frac{0,00224}{0,00468} + \frac{0,01625}{0,0215} = 1,23 > 1 \quad \text{condition non vérifiée,}$$

on ne peut se contenter du pourcentage minimal.

■ **Armatures transversales de torsion** : elles sont données par :

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd} \cot \theta} = \frac{0,00224 \times 10^4}{2 \times 0,0225 \times 435 \times 1,37} = 0,835 \text{ cm}^2/\text{m}$$

pour une paroi, soit 1,67 cm<sup>2</sup> pour les deux, section légèrement inférieure au pourcentage minimal.

Comme les armatures séparément requises pour la torsion et pour l'effort tranchant doivent être ajoutées, la section totale à prévoir doit être au moins égale à : 1,7 + 1,7 = 3,4 cm<sup>2</sup>/m soit 1 cm<sup>2</sup> tous les 29 cm. On pourrait donc prévoir des cadres Ø6 tous les 0,56 × 29 = 16 cm. Mais il ne faut pas dépasser  $\frac{u}{8} = \frac{4 \times 0,21}{8} = 10,5 \text{ cm}$  ni 0,75 d = 13,5 cm, ni b = 21 cm.

On retient donc des cadres Ø6 tous les 10 cm.

■ **Armatures longitudinales de torsion**

Leur section se déduit de la relation (35)

$$\sum A_{s\ell} f_{yd} = T_{Ed} \frac{u_k}{2A_k} \cot \theta$$

avec  $u_k = 2(0,15 + 0,15) = 0,60 \text{ m}$  (périmètre de l'aire  $A_k$ )

$$\text{d'où } \sum A_{s\ell} = \frac{0,00224 \times 0,6 \times 1,37 \times 10^4}{435 \times 2 \times 0,0225} = 0,94 \text{ cm}^2$$

la moitié en partie inférieure où cette section vient s'ajouter aux armatures de flexion

$$0,47 + 1,25 = 1,72 \text{ cm}^2 (2\text{Ø}8 + 1\text{Ø}10)$$

et la moitié en partie supérieure, section réalisable par 2Ø6.

(La section prévue pour les armatures inférieures, soit 1,79 cm<sup>2</sup> est suffisamment voisine des 2 cm<sup>2</sup> pris en compte dans les vérifications d'effort tranchant pour que celles-ci n'en soient pas affectées).

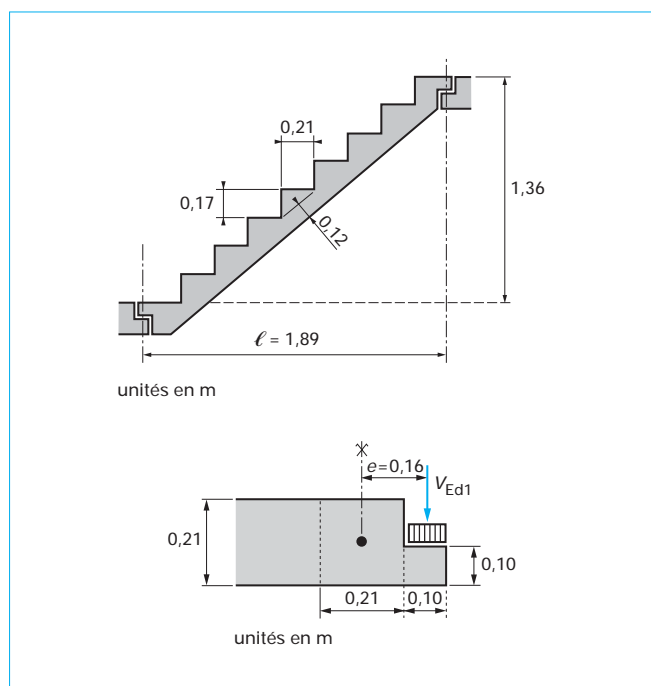


Figure 17 – Torsion – Poutre palière d'un escalier préfabriqué

## 4. Poinçonnement

### 4.1 Généralités

Le poinçonnement peut résulter d'une charge concentrée ou d'une réaction appliquée à une aire relativement petite, dite aire chargée,  $A_{load}$ , d'une dalle ou d'une fondation.

### 4.2 Section de contrôle de référence

Les calculs sont conduits en considérant un « contour de contrôle de référence » entourant l'aire chargée à une distance nulle part inférieure à  $2d$ , avec, pour une dalle (figure 18) :

$$d = d_{eff} = (d_y + d_z)/2 \quad (39)$$

où  $d_y$  et  $d_z$  sont les hauteurs utiles des armatures dans deux directions orthogonales.

Les figures 19, 20 et 21 montrent divers contours de contrôle de référence.

La **section de contrôle** est la section dont la trace coïncide avec le contour de contrôle de référence et qui s'étend sur la hauteur utile  $d$ . Pour des dalles ou des semelles d'épaisseur variable,  $d$  est la hauteur utile sur le pourtour de l'aire chargée.

L'EC2 envisage ensuite le cas des dalles sur chapiteaux, non traité ici.

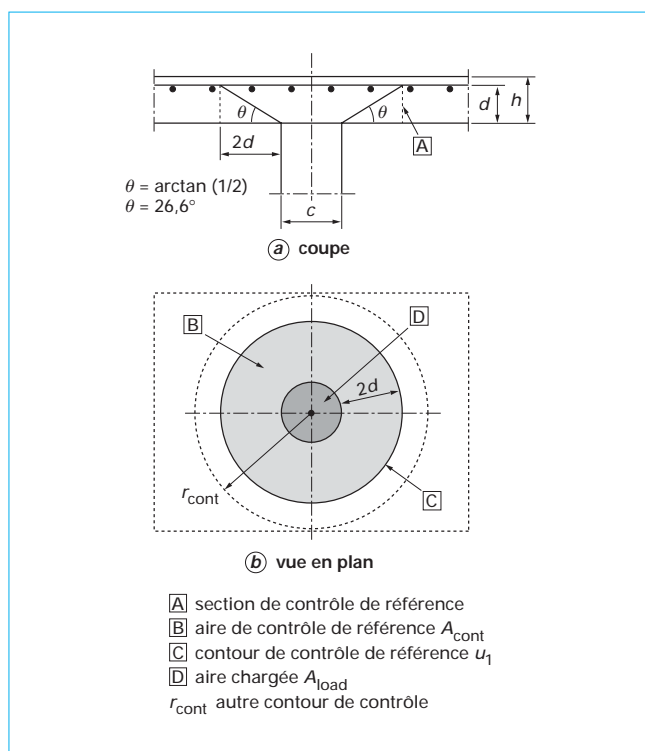


Figure 18 – Modèle pour la vérification au poinçonnement (figure 6.12 de l'EC2)

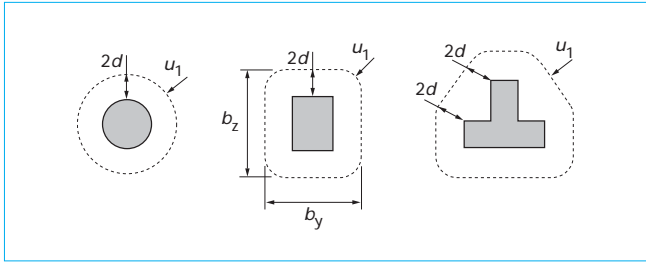


Figure 19 – Contours de contrôle de référence pour une aire éloignée d'un bord libre (figure 6.13 de l'EC2)

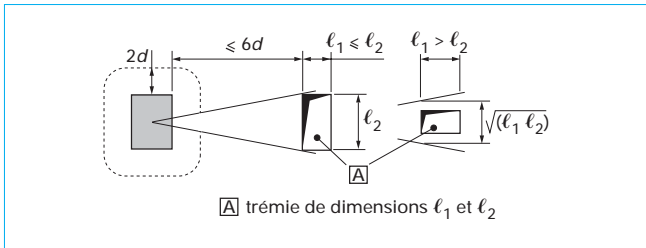


Figure 20 – Contour de contrôle de référence pour une aire chargée proche d'une trémie (figure 6.14 de l'EC2)

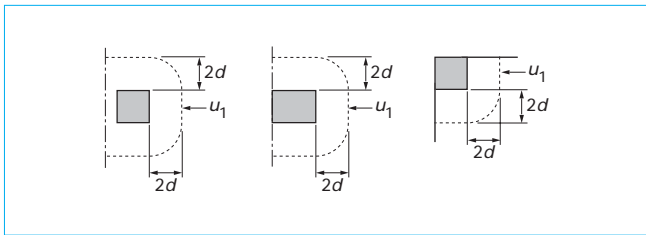


Figure 21 – Contours de contrôle de référence pour une aire chargée proche d'un bord libre ou d'un angle (figure 6.15 de l'EC2)

### 4.3 Résistance au poinçonnement

Dans le cas le plus simple d'une charge localisée centrée agissant directement à la surface d'une dalle, la contrainte tangente de référence est celle qui s'exerce sur la section de contrôle, prise égale à :

$$v_{Ed} = V_{Ed}/u_1 d$$

avec  $V_{Ed}$  valeur de calcul de l'effort tranchant de poinçonnement,  
 $u_1$  périmètre du contour de contrôle de référence,  
 $d$  hauteur utile moyenne des armatures de la dalle :  
 $d = (d_y + d_z)/2$ .

Les valeurs de calcul de la capacité de résistance de la dalle le long de la section de contrôle considérée sont désignées par :

$V_{Rd,c}$  pour une dalle sans armature de poinçonnement,  
 $V_{Rd,cs}$  pour une dalle munie d'armatures de poinçonnement,  
 $V_{Rd,max}$  valeur maximale de la résistance au poinçonnement le long de la section de contrôle considérée.

Aucune armature de poinçonnement n'est requise, si :

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (\text{voir § 4.4})$$

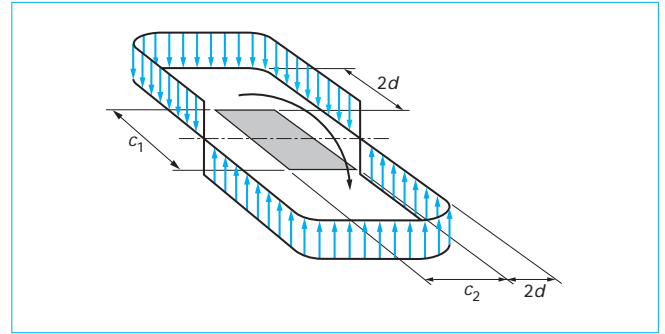


Figure 22 – Répartition des contraintes de cisailment dues à un moment non équilibré à la jonction entre une dalle et un poteau intérieur (figure 6.19 de l'EC2)

En outre, il faut avoir :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} \quad (\text{voir § 4.5})$$

Pour une semelle de fondation isolée, il peut être tenu compte de l'effet favorable de la réaction du sol à l'intérieur du contour de contrôle de référence pour réduire  $V_{Ed}$ .

#### **Evaluation de $v_{Ed}$ dans le cas de charges excentrées**

■ Lorsque la réaction d'appui est excentrée par rapport au contour de contrôle, la contrainte maximale de poinçonnement peut être déterminée par :

$$v_{Ed} = \beta V_{Ed}/u_i d \quad (40)$$

avec  $u_i$  périmètre du contour de contrôle considéré,

$$\beta = 1 + k (M_{Ed} u_1 / V_{Ed} W_1) \quad (41)$$

$u_1$  périmètre du contour de contrôle de référence,  
 $k$  coefficient fonction du rapport des dimensions  $c_1$  et  $c_2$  du poteau (figure 22) :  $[k = 0,45$  si  $c_1/c_2 \leq 0,5$  ;  $0,60$  si  $c_1/c_2 = 1$  ;  $0,70$  si  $c_1/c_2 = 2$  ;  $0,80$  si  $c_1/c_2 \geq 3$  ],

$M_{Ed}$  moment transmis à la jonction dalle/poteau,

$W_1$  correspond à une distribution des contraintes de cisailment selon la figure 21 et est fonction de  $u_1$  :

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| d\ell \quad (42)$$

avec  $d\ell$  longueur élémentaire du contour,

$e$  distance de  $d\ell$  à l'axe autour duquel s'exerce le moment  $M_{Ed}$ .

Pour un poteau rectangulaire, avec excentricité dans une seule direction par exemple :

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4 c_2 d + 16 d^2 + 2 \pi d c_1 \quad (43)$$

avec  $c_1$  dimension du poteau dans la direction où la charge est excentrée,

$c_2$  dimension du poteau dans la direction perpendiculaire.

■ Pour les structures dont la stabilité latérale ne dépend pas du fonctionnement en portique (dalle-poteaux) et où les portées des travées adjacentes ne diffèrent pas de plus de 25 %, on peut adopter pour  $\beta$  les valeurs approchées : 1,15 pour un poteau intérieur, 1,4 pour un poteau de rive et 1,5 pour un poteau d'angle.



## 4.4 Dalles ou semelles sans armatures de poinçonnement

Il faut avoir :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

sachant que :

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_{\ell} f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + 0,10 \sigma_{cp}) \quad (44)$$

avec  $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ ,

$v_{\min}$  selon (4) avec  $k_1 = 0,1$ ,

$f_{ck}$  et  $f_{ctd}$  sont en MPa,

$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$  ( $d$  en mm),

$\rho_{\ell} = \sqrt{\rho_{\ell y} \rho_{\ell z}} \leq 0,02$ ,

$\rho_{\ell y}$  et  $\rho_{\ell z}$  se rapportent aux armatures de traction dans les directions  $y$  et  $z$  respectivement. Il s'agit des valeurs moyennes calculées pour une dalle de largeur égale à la largeur du poteau, augmentée de  $3d$  de chaque côté,

$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$  (en MPa, contraintes positives s'il s'agit de compressions)  $\sigma_{cy} = N_{Ed,y}/A_{cy}$ ,  $\sigma_{cz} = N_{Ed,z}/A_{cz}$  avec  $N_{Ed,y}$  et  $N_{Ed,z}$ , efforts normaux agissant sur la section de contrôle,  $A_c$  aire du béton correspondant à la définition de  $N_{Ed}$ .

### Cas des semelles de fondation

La résistance au poinçonnement est à vérifier non seulement sur le périmètre de contrôle situé à la distance  $2d$  du contour du poteau ( $d$  = hauteur utile des armatures de la semelle à sa jonction avec le poteau), mais aussi sur des contours de contrôle situés au-delà.

Dans le cas d'une charge centrée :

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed} \quad (45)$$

avec  $V_{Ed}$  charge apportée par le poteau,

$\Delta V_{Ed}$  réaction du sol à l'intérieur du contour de contrôle, diminuée du poids propre de la semelle.

$$V_{Ed} = V_{Ed,red}/ud \quad (46)$$

et  $V_{Rd} = C_{Rd,c} k (100 \rho_{\ell} f_{ck})^{1/3} 2d/a \geq v_{\min} 2d/a \quad (47)$

$a$ , distance du périmètre du poteau au contour de contrôle considéré, les autres notations étant celles définies pour la formule (44).

Pour une charge excentrée :

$$V_{Ed} = \frac{V_{Ed,red}}{ud} \left[ 1 + k \frac{M_{Ed} u}{V_{Ed,red} W} \right] \quad (48)$$

$k$  est défini au § 4.3 ou ci-avant selon le cas considéré et  $W$  est similaire à  $W_1$ , mais pour le contour  $u$ .

## 4.5 Dalles ou semelles avec armatures de poinçonnement

Des armatures de poinçonnement sont nécessaires si  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$  selon (44).

Trois zones sont à vérifier : zone immédiatement le long du poteau ou de l'aire chargée, zone contenant l'armature de poinçonnement, zone extérieure aux armatures de poinçonnement.

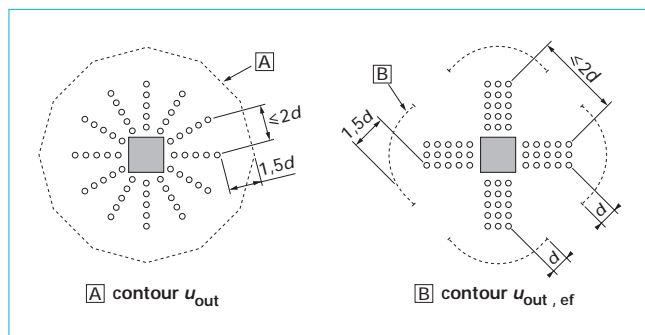


Figure 23 – Contours de contrôle pour les poteaux intérieurs (figure 6.22 de l'EC2)

- Dans la zone contenant l'armature de poinçonnement :

$$V_{Rd,cs} = 0,75 V_{Rd,c} + 1,5 (d/s_r) A_{sw} f_{ywd,ef} (1/(u_1 d)) \sin \alpha \quad (49)$$

avec  $A_{sw}$  aire de l'armature de poinçonnement dans chaque périmètre autour du poteau ( $\text{mm}^2$ ),

$s_r$  espacement radial des cours d'armatures de poinçonnement (mm),

$\alpha$  angle formé par l'armature de poinçonnement avec le feuillet moyen de la dalle,

$f_{ywd,ef}$  MPa résistance de calcul de l'armature de poinçonnement

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$$

$d$  hauteur utile moyenne en mm.

- Au voisinage du poteau, de dimensions  $c_1$  et  $c_2$ , il faut avoir :

$$V_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \leq V_{Rd,max} = 0,5 v_{fd} \quad (50)$$

avec  $u_0$  pour un poteau intérieur

$$u_0 = 2 (c_1 + c_2)$$

pour un poteau de rive

$$u_0 = c_1 + 3d \leq c_1 + 2c_2 \quad (c_1 \text{ parallèle à la rive})$$

pour un poteau d'angle

$$u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$$

$\beta$  donné au § 4.3,

$v$  donné par la formule (6).

Aucune armature de poinçonnement n'est requise au-delà d'un contour  $u_{out}$  ou  $u_{out,ef}$  défini par :

$$u_{out} \text{ (ou } u_{out,ef}) = \beta V_{Ed}/v_{Rd,c} d \quad (51)$$

La file périphérique extérieure des armatures de poinçonnement doit être placée à une distance n'excédant pas  $1,5 d$  à l'intérieur du contour  $u_{out}$  (ou  $u_{out,ef}$ , voir figure 23).

- Une augmentation de résistance due aux charges localisées au voisinage des appuis selon le § 2.2 n'est pas autorisée.

### Exemple : Poinçonnement

Un poteau à section rectangulaire  $c_1 = 0,40$  m,  $c_2 = 0,30$  m supporte une dalle de  $h = 0,25$  m d'épaisseur armée sur l'appui de  $\varnothing 14$  formant un maillage carré de  $140 \times 140 \text{ mm}^2$  soit une section de  $11 \text{ cm}^2/\text{m}$  (enrobage minimal  $c_{\min} = 35$  mm,  $\Delta c_{dev} = 10$  mm d'où  $c_{nom} = 45$  mm).

La réaction d'appui à l'ELU est de  $N_{Ed} = 440$  kN et le moment ultime transmis à la jonction de  $M_{Ed} = 110$  kN · m agissant dans le plan de la grande dimension du poteau.

Béton 30/37 – Acier B500

Les hauteurs utiles valent :

$$d_y = h - c_{nom} - \frac{\varnothing}{2} = 250 - 45 - 7 = 198 \text{ mm} = 0,198 \text{ m}$$

$$d_z = d_y - \varnothing = 198 - 14 = 184 \text{ mm} = 0,184 \text{ m}$$

La hauteur utile moyenne, formule (39), vaut

$$d = \frac{d_y + d_z}{2} = 0,191 \text{ m}$$

Le contour de contrôle, à la distance  $2d$  du poteau, a pour périmètre figure 19 :

$$u_1 = 2(c_1 + c_2) + 2\pi 2d = 2(0,3 + 0,4) + 2\pi 0,382 = 3,80 \text{ m}$$

On a, expression (43) :

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1$$

$$W_1 = \frac{0,4^2}{2} + 0,4 \times 0,3 + 4 \times 0,3 \times 0,191 + 16 \times 0,191^2 + 2\pi \times 0,191 \times 0,4$$

$$W_1 = 1,493 \text{ m}^2$$

La contrainte de cisaillement le long du contour du périmètre de contrôle, expressions (40) et (41), vaut

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad \text{avec} \quad \beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}$$

$$V_{Ed} = N_{Ed} = 440 \text{ kN}$$

$$k = 0,633$$

d'où :

$$v_{Ed} = \frac{440 \times 10^{-3}}{3,80 \times 0,191} \left( 1 + 0,633 \frac{110}{440} \cdot \frac{3,80}{1,493} \right) = 0,606 \times 1,403 = 0,85 \text{ MPa}$$

La contrainte limite pour se passer d'armatures de poinçonnement est :  $v_{Ed} \leq \text{Max} [v_{Rd,c} ; v_{min}]$  avec selon l'expression (44) :

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_{\ell} f_{ck})^{1/3}$$

où :

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12 \quad k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{191}} = 2,02$$

$k$  limité à 2.

$$\rho_{\ell} = \sqrt{\rho_{\ell y} \rho_{\ell z}}$$

avec

$$\rho_{\ell y} = \frac{A_s}{100 d_y} = \frac{11}{100 \times 19,8} = 0,556 \%$$

$$\rho_{\ell z} = \frac{A_s}{100 d_z} = \frac{11}{100 \times 18,4} = 0,598 \%$$

(Le quadrillage étant uniforme, il est inutile de rapporter ces pourcentages à une largeur  $3d + c_1$  ou  $3d + c_2$ ) et

$$\rho_{\ell} = \sqrt{0,556 \times 0,598} = 0,577 \%$$

$$v_{min} = 0,053/1,5 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0,035 \times 2^{3/2} \times 30^{1/2} = 0,542 \quad [\text{formule (4)}]$$

d'où

$$v_{Rd,c} = 0,12 \times 2 (0,577 \times 30)^{1/3} = 0,62 \text{ MPa} > 0,542$$

Comme  $v_{Ed} > v_{Rd,c}$ , il faut prévoir des armatures de poinçonnement.

**Nota** : en l'absence de moment à la jonction, on aurait eu

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_1 d} = \frac{440 \times 10^{-3}}{3,80 \times 0,191} = 0,606 \text{ MPa} < v_{Rd,c}$$

et on aurait pu se passer d'armatures de poinçonnement.

**Armatures de poinçonnement :**

Il faut vérifier la condition (50) :

$$\frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \leq 0,5 v_{f_{cd}}$$

avec  $u_0$  périmètre du poteau =  $2(0,3 + 0,4) = 1,4$  m,

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,528 \quad [\text{formule (6)}] ;$$

d'où :

$$\frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} = \frac{1,403 \times 440 \cdot 10^{-3}}{1,4 \times 0,191} = 2,31 \text{ MPa à comparer à}$$

$$0,5 v_{f_{cd}} = 0,5 \times 0,528 \times 20 = 5,28 \text{ MPa}$$

La condition (50) est largement satisfaite.

La section des armatures verticales de poinçonnement ( $\alpha = 90^\circ$ ) doit être telle que [formule (49)]

$$1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd,ef} = (v_{Rd,cs} - 0,75 v_{Rd,c}) u_1 d$$

avec  $s_r$  espacement radial des armatures de poinçonnement.

Choisissons  $s_r = 14 \text{ cm} < 0,75d = 0,75 \times 19,1 = 14,3 \text{ cm}$

D'après [§ 4.5]

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \text{ (mm)} = 250 + 0,25 \times 191 = 298 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,cs} = v_{Ed} = 0,85 \text{ MPa}$$

d'où :

$$A_{sw} = \frac{(0,85 - 0,4545) \times 3,80 \times 0,14}{1,5 \times 298} \cdot 10^4 = 4,7 \text{ cm}^2 \text{ par cours d'armature}$$

(noter que  $d$  s'élimine).

Pour des raisons pratiques, nous allons prendre trois cours d'armatures de poinçonnement disposées radialement tous les  $30^\circ$ , le premier cours à 6 cm du contour du poteau, distance remplissant la condition requise, à savoir d'être comprise entre  $0,3d = 5,7 \text{ cm}$  et  $0,75d = 14,3 \text{ cm}$ . Il y a donc 12  $\varnothing 8$  par cours, soit  $6 \text{ cm}^2$ .

La forme à donner aux armatures de poinçonnement (épingles, armatures façonnées en grecques chevauchant les armatures supérieures de la dalle, montages soudés ou autres) dépend des dispositions de détail du ferrailage de la dalle et ne peut être fixée qu'en faisant un dessin à l'échelle.

Un calcul élémentaire montre que le périmètre du contour de contrôle (figure 23) situé à la distance  $1,5d = 28,7 \text{ cm}$  du troisième cours d'armatures (figure 24) est de  $12 \times 0,444 \text{ m} = 5,33 \text{ m}$ .

Or le périmètre du contour de contrôle au-delà duquel une armature de poinçonnement n'est plus requise [formule (51)] est

$$u_{out} = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} d} = \frac{1,403 \times 440 \cdot 10^{-3}}{0,62 \times 0,191} = 5,21 \text{ m}$$

Il est inférieur au précédent. La condition de l'article 6.4.5 de l'EC2 (§ 4.5) est donc satisfaite.

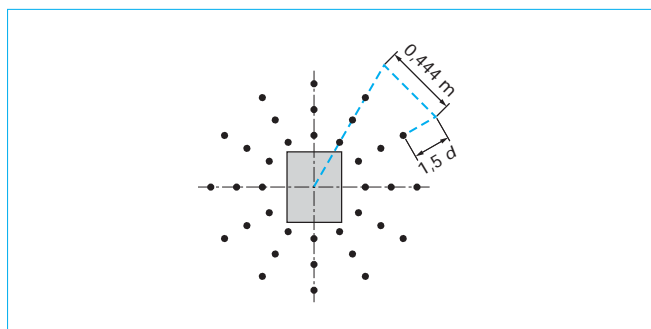


Figure 24 – Disposition des armatures de poinçonnement (vue en plan)

## 5. Dimensionnement à l'aide de modèles à bielles et tirants

### 5.1 Généralités

L'analyse au moyen de modèles à bielles et tirants a été décrite en [C 2 330, § 5.6.4].

### 5.2 Bielles

La résistance de calcul d'une bielle est désignée par  $\sigma_{Rd,max}$ .

1 – Pour une bielle de béton soumise ou non à des contraintes de compression transversales (figure 25) :

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (52)$$

Une résistance de calcul plus élevée peut être admise dans les régions soumises à des contraintes de compression multiaxiales.

2 – Pour les bielles de béton dans des zones comprimées avec des fissures longitudinales,  $\sigma_{Rd,max}$  dépend des tractions qui traversent l'axe de la bielle (figure 26). À défaut d'un calcul plus rigoureux,  $\sigma_{Rd,max}$  peut être évaluée par :

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} \quad (53)$$

avec

$$v' = 1 - f_{ck}/250 \quad (54)$$

Pour des bielles assurant la transmission directe de charges (console courtes, poutres-cloisons), des méthodes de calcul alternatives sont données dans les paragraphes 2.2 et 2.3.

### 5.3 Tirants

Les armatures constituant les tirants doivent être convenablement ancrées dans les nœuds.

Lorsqu'un nœud de concentration d'efforts s'étend sur une longueur importante, les armatures doivent être réparties sur la zone où les isostatiques de compression sont courbes (figure 27).

La force de traction  $T$  vaut :

a) pour les régions de discontinuité partielle ( $b \leq H/2$ , figure 27a) :

$$T = F(b - a)/4b \quad (55)$$

b) pour les régions de discontinuité totale ( $b > H/2$ , figure 27b) :

$$T = F(1 - 0,7ah)/4 \quad (56)$$

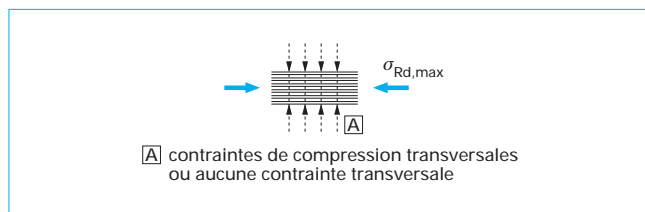


Figure 25 – Résistance de calcul des bielles non soumises à une traction transversale (figure 6.23 de l'EC2)

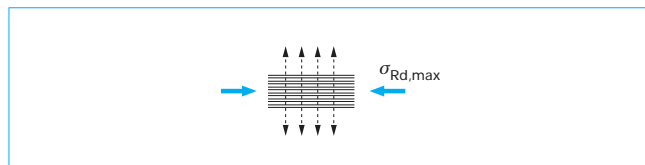


Figure 26 – Résistance de calcul des bielles soumises à une traction transversale (figure 6.24 de l'EC2)

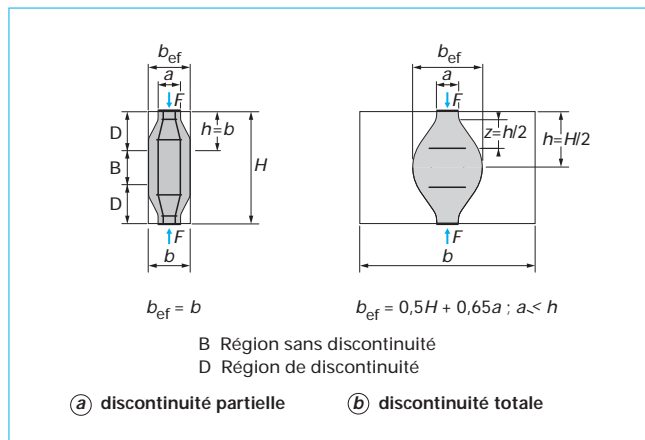


Figure 27 – Efforts transversaux de traction dans un champ de contraintes de compression (figure 6.25 de l'EC2)

### 5.4 Nœuds

1 – Les règles énoncées dans ce dossier sont également applicables aux régions soumises à des forces localisées, et qui ne sont pas calculées à l'aide d'un modèle à bielles et tirants.

2 – Les forces qui agissent dans les nœuds doivent être en équilibre. On doit tenir compte des forces transversales de traction susceptibles de s'exercer perpendiculairement au plan d'un nœud.

3 – Les armatures qui équilibrent des forces nodales doivent être correctement ancrées.

Les nœuds de concentration d'efforts doivent être dimensionnés avec soin. De tels nœuds se rencontrent, par exemple, aux points d'application de charges ponctuelles, aux appuis, dans les zones d'ancrage de lits d'armatures comportant de nombreuses barres, dans les parties courbes des armatures et aux jonctions et angles des éléments.

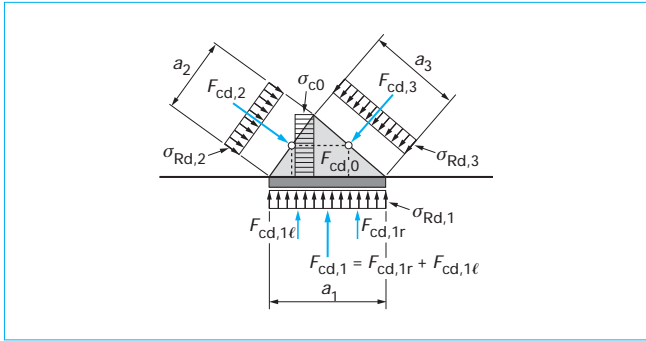


Figure 28 – Nœud soumis à compression, sans tirant (figure 6.26 de l'EC2)

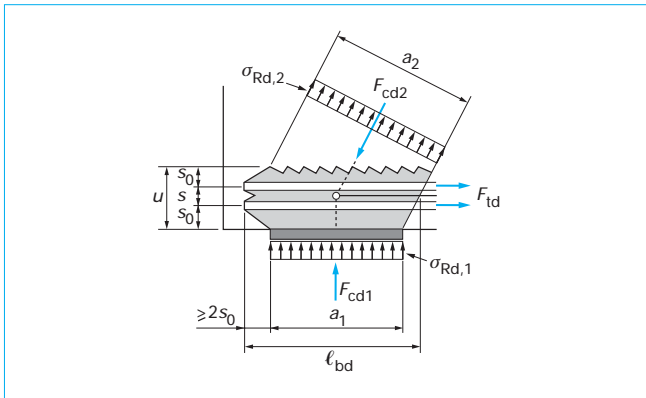


Figure 29 – Nœud soumis à compression et à traction, avec armatures dans une seule direction (figure 6.27 de l'EC2)

Dans les nœuds, les contraintes de compression ne doivent pas dépasser  $\sigma_{Rd,max}$ , avec :

a) dans les nœuds soumis à une compression sans ancrage de tirants (figure 28) :

$$\sigma_{Rd,max} = \text{Max} [\sigma_{Rd1}, \sigma_{Rd2}, \sigma_{Rd3}] = v' f_{cd} \quad (57)$$

Pour  $v'$ , voir formule (54).

b) dans les nœuds soumis à une compression et à une traction avec des tirants ancrés dans une seule direction (figure 29) :

$$\sigma_{Rd,max} = \text{Max} [\sigma_{Rd1}, \sigma_{Rd2}] = 0,85 v' f_{cd} \quad (58)$$

c) dans les nœuds soumis à une compression et à une traction avec des tirants ancrés dans plus d'une direction (figure 30) :

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75 v' f_{cd} \quad (59)$$

L'Annexe Nationale permet d'adopter, sur justifications spéciales, des limites supérieures, sans excéder respectivement  $f_{cd}$  ;  $v' f_{cd}$  et  $0,9 v' f_{cd}$ .

Les valeurs de  $\sigma_{Rd,max}$  peuvent être majorées de 10 % dans les cas où l'une au moins des conditions ci-après est satisfaite :

- la pièce est soumise à une compression triaxiale ;
- tous les angles entre bielles et tirants sont au moins égaux à  $55^\circ$  ;
- les contraintes au droit des appuis ou des charges ponctuelles sont uniformes et le nœud est « confiné » par des armatures transversales ;
- les armatures sont disposées en plusieurs lits ;
- le nœud est confiné d'une manière fiable par une disposition particulière d'appui ou par frottement.

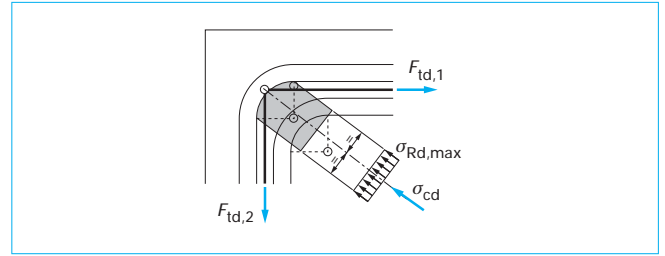


Figure 30 – Nœud soumis à compression et à traction, avec armatures dans deux directions (figure 6.28 de l'EC2)

Les nœuds soumis à une compression triaxiale doivent être vérifiés au moyen des expressions [C 2 330, (24) et (25)] avec  $\sigma_{Rd,max} \leq 3 v' f_{cd}$  si, pour les trois directions des bielles, la distribution de la charge est connue. L'Annexe Nationale permet, sur justifications spéciales, d'adopter une limite supérieure, sans excéder  $3 f_{cd}$ .

Dans les nœuds soumis à une compression et à une traction, l'ancrage de l'armature commence dans la section où elle pénètre dans le nœud (par exemple, voir figure 29). La longueur d'ancrage doit couvrir toute la longueur du nœud. Dans certains cas, les armatures peuvent être ancrées au-delà du nœud.

Pour les nœuds comprimés, à la jonction de trois bielles coplanaires, voir la figure 28. La plus grande des contraintes principales moyennes ( $\sigma_{c0}$ ,  $\sigma_{c1}$ ,  $\sigma_{c2}$ ,  $\sigma_{c3}$ ) doit être au plus égale à  $\sigma_{Rd,max}$  donnée par (57). On peut admettre que  $F_{cd,1}/a_1 = F_{cd,2}/a_2 = F_{cd,3}/a_3$ , soit  $\sigma_{cd,1} = \sigma_{cd,2} = \sigma_{cd,3} = \sigma_{cd0}$ .

Les nœuds correspondant aux parties courbes des armatures peuvent être analysés conformément à la figure 30. Les contraintes moyennes des bielles doivent être limitées conformément à (59). Pour le diamètre du mandrin, voir [C 2 333, § 1.4].

#### Exemple : Console courte

L'élément supporté repose sur la console par l'intermédiaire d'une plaque de 10 cm de largeur et de 2,0 cm d'épaisseur. Il lui transmet (figure 31 a) :

- une charge verticale de 300 kN appliquée à 0,25 m du nu du support,
- une force horizontale de 60 kN.

La console a une section rectangulaire de  $0,30 \times 0,40$  m. La hauteur utile des armatures placées en partie supérieure est prise égale à 0,35 m.

Béton C25/30 – Acier B500

Nous allons utiliser le modèle, plus simple que celui de la figure 24 en [C 2 333] de la figure 31 b.

Les données sont telles que la distance  $a_H$  entre la face supérieure de la plaque d'appui et le centre de gravité des armatures de la console est :

$$a_H = 2 + 5 = 7 \text{ cm}$$

Du fait de l'inclinaison de la résultante de  $F_{Ed}$  et de  $H_{Ed}$ , le nœud 1 ne se trouve pas sur la ligne d'action de la charge verticale. Il est décalé vers le nez de la console d'une quantité  $\Delta a_c$  telle que

$$\frac{\Delta a_c}{a_H} = \frac{H_{Ed}}{F_{Ed}} = \frac{60}{300} = 0,2$$

d'où

$$\Delta a_c = 0,2 \times 7 = 1,4 \text{ cm} = 0,014 \text{ m}$$

Le nœud 2 est du type de celui représenté en (figure 28).

La contrainte verticale limite, [formule (57)] est :

$$\sigma_{Rd,max} = v' f_{cd} \text{ avec } v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

La contrainte verticale limite, [formule] est :

$$\sigma_{Rd,max} = \left(1 - \frac{25}{250}\right) \frac{25}{1,5} = 15 \text{ MPa}$$

La largeur  $b$  de la console étant de 0,30 m, on a donc (figure 31b)

$$a_1 = \frac{F_{Ed}}{b \sigma_{Rd,max}} = \frac{0,300}{0,30 \times 15} = 0,0667 \text{ m}$$

Le triangle du nœud étant semblable au triangle de côtés  $c$  et  $d - \frac{a_2}{2}$  ayant son angle droit en  $O'$  sur la figure 31b, on a :

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{c}{d - \frac{a_2}{2}}$$

équation du second degré en  $a_2$ , dont la résolution donne :

$$a_2 = d - \sqrt{d^2 - 2c a_1}$$

Avec  $d = 0,35 \text{ m}$  et  $c = a_c + \Delta a_c + \frac{a_1}{2} = 0,297 \text{ m}$ , on trouve  $a_2 = 0,062 \text{ m}$ .

L'angle d'inclinaison de la bielle comprimée est donc tel que :

$$\cot \theta = \frac{a_2}{a_1} = \frac{0,062}{0,0667} = 0,93$$

soit  $\theta = 47^\circ$   $1 > 45^\circ$ , ce qui convient.

Le bras de levier vaut :

$$z = \frac{c}{\cot \theta} = 0,320 \text{ m}$$

La console est sollicitée par un moment :

$$M_{Ed} = F_{Ed} a + H_{Ed} a_H$$

soit, avec  $a = a_c + \frac{a_1}{2} = 0,283 \text{ m}$  :

$$M_{Ed} = 300 \times 0,283 + 60 \times 0,07 = 89,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La force de compression horizontale  $F_c$  sur le nœud 2 vaut donc

$$F_c = \frac{M_{Ed}}{z} = \frac{89,2 \times 10^{-3}}{0,32} = 0,279 \text{ MN}$$

La contrainte correspondante, appliquée à la surface  $a_2 b$ , est :

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a_2 b} = \frac{0,279}{0,062 \times 0,30} \approx 15 \text{ MPa} \quad (= \sigma_{Rd,max})$$

La force de traction  $F_t$  dans le tirant est :

$$F_t = F_c + H_{Ed} = 0,279 + 0,06 = 0,339 \text{ MN}$$

Pour l'équilibrer, il faut une section d'acier :

$$A_s = \frac{F_t}{f_{yd}} = \frac{0,339 \times 10^4}{435} = 7,79 \text{ cm}^2$$

On peut prévoir 10Ø10 disposés en deux lits sous forme de deux cadres par lit avec une épingle centrale (ancrés à l'arrière du nu d'appui de la console).

Par ailleurs, selon § 2.3.1.4, l'effort tranchant à prendre en compte est :

$$V_{Ed,red} = F_{Ed} a_v / 2d$$

avec

$$a_v = 0,25 - 0,05 = 0,20 \text{ m}$$

soit

$$V_{Ed,red} = 0,300 \frac{0,30}{2 \times 0,35} = 0,0857 \text{ MN}$$

Il faut  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  avec

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} k 100 \rho_\ell \cdot f_{ck}^{1/3} \right. \\ \left. v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} b_w d + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w d \\ \text{et } v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} b_w d$$

$$\text{avec } C_{Rd,c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12,$$

$$\rho_\ell = \frac{A_s}{A_c} = \frac{7,9}{30 \times 40} = 0,00658,$$

$$k = \sqrt{1 + \frac{200}{d}} = \sqrt{1 + \frac{200}{350}} = 1,25 < 2,$$

$$\sigma_{cp} = -\frac{H_{Ed}}{A_c} = -\frac{60 \times 10^{-3}}{0,3 \times 0,4} = -0,5 \text{ MPa},$$

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,54.$$

d'où  $V_{Rd,c} = 0,0321 \text{ MN}$  alors que  $V_{Rd,c \min} = 0,0103 \text{ MN}$

On retient donc :  $V_{Rd,c} = 0,0321 \text{ MN}$

On se trouve dans le cas où :

$$a_c = 0,25 \text{ m} > 0,5 h_c = 0,20 \text{ m}$$

et

$$V_{Ed,red} = 0,0857 \text{ MN} > V_{Rd,c} = 0,0321 \text{ MN}$$

avec (condition (5))

$$V_{Ed} = F_{Ed} = 0,300 \text{ MN} < 0,5 b_w d v f_{cd} = 0,4275 \text{ MN}$$

Selon [C 2 333, § 2.9.2], le ferrailage principal doit être complété par des cadres *verticaux* représentant une section de

$$\frac{0,5 F_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0,5 \times 0,300}{435} \times 10^4 = 3,44 \text{ cm}^2$$

à distribuer entre le nu d'appui et la section du bord de la plaque d'appui (4 cadres Ø8 espacés de 7 cm) complétés par des armatures de principe horizontales [C 2 333, figure 25b].

● **Pour la contrainte sous la charge du nœud 1**, on peut admettre :

$$\sigma_c = \frac{F_{Ed}}{b a_0} \left[ 1 + \left( \frac{H_{Ed}}{F_{Ed}} \right)^2 \right] \quad (a_0 = \text{largeur de la plaque d'appui})$$

$$\text{d'où } \sigma_c = \frac{0,300}{0,30 \times 0,10} \left[ 1 + \overline{0,2}^2 \right] = 10,4 \text{ MPa}$$

alors que pour un nœud en compression-traction [C 2 331, expression (58)] :

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85 v' f_{cd} = 0,85 \left( 1 - \frac{25}{250} \right) \cdot \frac{25}{1,5} = 12,8 \text{ MPa}$$

● **La force de compression dans la bielle** vaut :

$$F_{cw} = \frac{F_{Ed}}{\sin \theta} = 0,409 \text{ MN}$$

La surface qui lui est offerte est égale à  $a_3 b$  avec

$$a_3 = \frac{a_1}{\sin \theta} = 0,091 \text{ m}. \text{ La contrainte qu'elle supporte est :}$$

$$\sigma_c = \frac{F_{cw}}{a_3 b} = \frac{0,409}{0,091 \times 0,30} = 14,98 \approx 15 \text{ MPa}$$

Elle est donc acceptable.

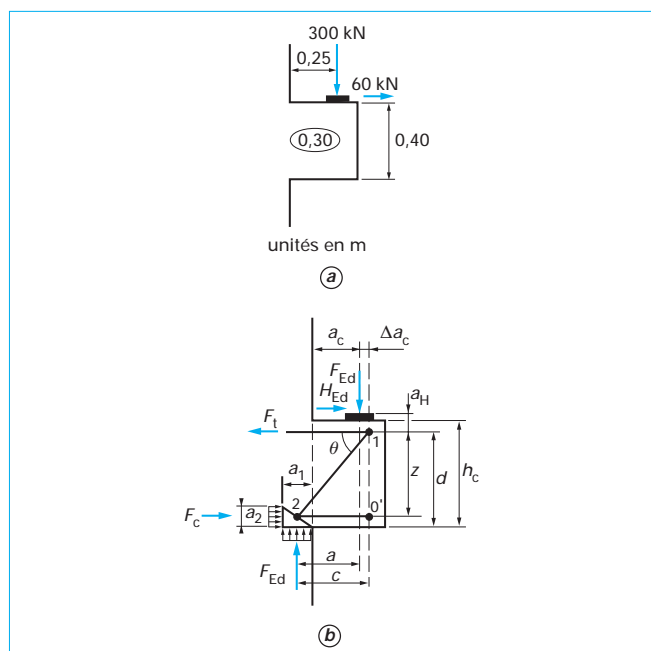


Figure 31 – Console courte

## 6. Ancrages et recouvrements

Le lecteur se reportera en [C 2 333, § 1.4 à 1.8].

## 7. Pressions localisées

Une force uniformément répartie sur une aire  $A_{c0}$  ne peut excéder :

$$F_{Rdu} = A_{c0} f_{cd} \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,0 f_{cd} A_{c0} \quad (60)$$

avec  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ ,

$A_{c1}$  aire homothétique de  $A_{c0}$  dans la direction où s'exerce la force.

Le choix de  $A_{c1}$  résulte des conditions précisées sur la figure 32.

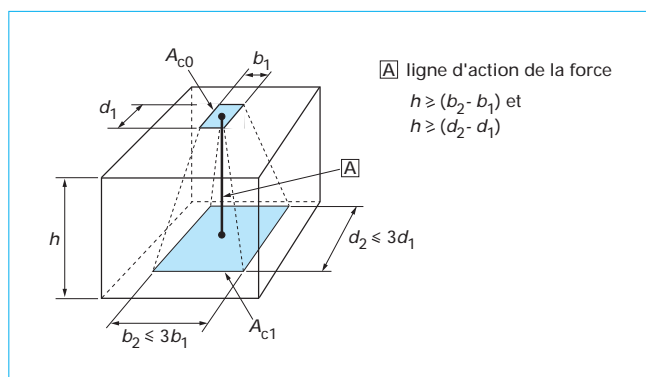


Figure 32 – Hypothèse de diffusion d'une pression localisée (figure 6.29 de l'EC2)

S'il y a plusieurs forces localisées voisines, les aires  $A_{c1}$  ne doivent pas se chevaucher. Il convient de prévoir des armatures pour équilibrer les efforts de traction transversaux générés par la force localisée.

## 8. Fatigue

Le développement donné dans l'EC2 au phénomène de fatigue, rarement rencontré dans les constructions courantes en béton armé (mais en revanche plus fréquent dans les ouvrages d'art en béton précontraint), le fait sortir du cadre du présent dossier. L'Annexe Nationale apporte, par ailleurs, des amendements à ce paragraphe concernant son domaine d'application.

Pour en savoir plus, le lecteur se reportera aux références bibliographiques [1] à [8].

De manière générale, le lecteur peut consulter :

- pour les publications de la fib (et les bulletins du CEB) : <http://www.fib-international.org/publications>
- pour les publications touchant aux Eurocodes : <http://www.thomastelford.com/books>

## Références bibliographiques

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>[1] Norme européenne EN 1992-1-1. – <i>Eurocode 2 : Calcul des structures en béton – Partie 1 : Règles générales et règles pour les bâtiments</i>. AFNOR, avr. 2004.</p> <p>[2] CEB-FIP Model Code 90. Thomas Telford, Londres (1993).</p> <p>[3] <i>Selected Justification Notes</i> – Bulletin d'information n° 217 du CEB (1993).</p> <p>[4] <i>Structural Concrete. Textbook on Behaviour, Design and Performance</i>. Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990, volumes 1, 2 et 3. fib (1999).</p> | <p>[5] PERCHAT (J.) et ROUX (J.). – <i>Maîtrise du BAE 91 et des DTU associés</i>. Eyrolles (1999).</p> <p>[6] <i>Applications de l'Eurocode 2 – Calcul des bâtiments en béton</i> – Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, mai 2005. De manière générale, le lecteur peut consulter :<br/>— pour les publications de la fib (et les bulletins du CEB) : <a href="http://www.fib-international.org/publications">http://www.fib-international.org/publications</a><br/>— pour les publications touchant aux Eurocodes : <a href="http://www.thomastelford.com">http://www.thomastelford.com</a>.</p> | <p>[7] BEEBY (A.W.) et NARAYANAN (R.S.). – <i>Designer's Guide to EN 1992-1-1 Eurocode 2 : Design of concrete structures – General rules and rules for buildings</i>. Thomas Telford, août 2005.</p> <p>[8] <i>Les Eurocodes – Conception des bâtiments et des ouvrages de Génie Civil</i>. Editions du Moniteur (2005).</p> <p>[9] Norme NF P 18-711-2. – <i>Annexe Nationale à la NF EN 1992-1-1</i>. AFNOR, à paraître.</p> |
|--|--|--|